중3-1 수학 · 01 기본 | Ⅰ. 실수와 그 계산

근호를 없애려면 무엇을 확인할까?

기본편

차례

1	먼저 풀어 보기	2
2	기본 문제 풀이와 이유	10
3	조건 개념 지도	26
4	확인 문제	30
5	마무리 복습	34
6	정답과 해설	37

기본 8 · 확인 8 · 생각 질문 4 · 빈칸 구조도 4 · 조건 채우기 11 · 정리 문항 1(상황 4개)

© 대치동 재우쌤 | 010-9524-4849 | https://leessaem.com/ | https://blog.naver.com/leessaem84

본 자료는 직접 제작한 학습 자료입니다. 개인 학습을 위한 열람·인쇄는 자유롭게 할 수 있으며, 무단 복제·재배포·수정 후 재배포 및 상업적 이용을 금합니다.

1 먼저 풀어 보기

기본 1 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 2 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 1

비교할 문제

기본 1

자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

기본 2

자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

(1) 두 문제에서 근호가 자연수가 되려면 근호 안의 수가 어떤 수여야 하는지 쓰시오.

(2) $24-x$와 $24x$의 풀이가 달라지는 까닭과 처음 고를 방법을 각각 쓰시오.

기본 3 자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 4 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 2

비교할 문제

기본 3

자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

기본 4

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

(1) $72x$와 $\frac{72}{x}$를 제곱수로 만들 때 x가 하는 역할을 비교하시오.

(2) 곱의 꼴은 가장 작은 x를 묻고 나눗셈 꼴은 모든 x를 묻는 까닭을 쓰시오.

기본 5 자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 6 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 3

비교할 문제

기본 5

자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

기본 6

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

(1) 두 문제에서 가능한 x를 찾기 전에 어떤 제곱수를 먼저 나열할지 각각 쓰시오.

(2) 두 문제에서 후보가 몇 개뿐인 까닭을 근호 안의 식을 이용하여 쓰시오.

기본 7 자연수 n이 $1 \leq n \leq 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 8 자연수 n이 $1 \leq n \leq 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 4

비교할 문제

기본 7

자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

기본 8

자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

(1) 두 근호에서 $(n-3)^2$ 말고 더 확인해야 하는 것이 있는 쪽은 어느 것이고, 무엇을 확인하는지 쓰시오.

(2) $n=3$을 두 문제 모두에서 답으로 쓸 수 없는 까닭을 쓰시오.

2 기본 문제 풀이와 이유

빈칸 구조도 **기본 1·2 — 근호 안에서 x는 어디에 있을까**

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 24와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 가장 작은 x를 구한다.

기본 1	**기본 2**
자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.	자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.
① 근호 안에서 x는	
(빼는 수 / 곱하는 수)	(빼는 수 / 곱하는 수)
▼	▼
② 고를 방법	
(제곱수 늘어놓기 / 짝 없는 소인수 채우기)	(제곱수 늘어놓기 / 짝 없는 소인수 채우기)
▼	▼
③	
$24-x$가 될 수 있는 제곱수 _____, _____, _____, _____	24에서 짝이 없는 소인수 _____, _____
▼	▼
④ 가장 작은 x	
_____	_____

두 문제를 비교하면 두 문제 모두 근호 안이 (제곱수 / 소수)여야 한다. 방법을 가른 것은 x가 (놓인 자리 / 크기)이다.

기본 1 다시 보기

제곱수 늘어놓기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 뺀다 ⇒ **떠올린 개념** 제곱수 늘어놓기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$24-x$가 양의 제곱수이고 x가 자연수이므로 $24-x=1, 4, 9, 16$이다. 따라서 $x=23, 20, 15, 8$이고, 가장 작은 x는 8이다.

방법: 제곱수 늘어놓기

고른 이유: 근호 안에서 x를 빼는 꼴이므로 제곱수 늘어놓기로 시작하면 후보를 빠짐없이 찾을 수 있다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 빼는 수

$24-x$는 24에서 x를 빼는 식이에요. 제곱수 목록으로 가능한 $24-x$를 먼저 정할 수 있어요.

② 고를 방법 → 제곱수 늘어놓기

$\sqrt{24-x}$가 자연수가 되려면 $24-x$는 양의 제곱수예요. 그래서 24보다 작은 제곱수를 먼저 늘어놓아요.

Q x에 1, 2, 3을 먼저 대입하지 않는 까닭은 무엇인가요?

x를 하나씩 넣으면 어디서 멈출지 알기 어려워요. $24-x$가 양의 제곱수라는 조건을 먼저 쓰면 가능한 값 1, 4, 9, 16만 확인하면 돼요.

③ $24-x$가 될 수 있는 제곱수 → 1, 4, 9, 16

$x \geq 1$이므로 $24-x<24$예요. 이보다 작은 양의 제곱수는 1, 4, 9, 16이고, 0은 자연수가 아니어서 제외해요.

Q $x=24$도 넣어도 되나요?

$24-24=0$이므로 $\sqrt{0}=0$이에요. 문제는 제곱근이 **자연수**가 되는 경우를 물으므로 $x=24$는 제외해요.

④ 가장 작은 x → 8

$24-x=1, 4, 9, 16$에서 $x=23, 20, 15, 8$이 나와요. 그 가운데 가장 작은 수는 8이에요.

핵심 연결 $\sqrt{24-x}$ → $24-x=1, 4, 9, 16$ → $x=23, 20, 15, 8$ → 가장 작은 $x=8$.

기본 2 다시 보기

짝 없는 소인수 채우기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 곱한다 ⇒ **떠올린 개념** 짝 없는 소인수 채우기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$24=2^3\times3$에서 짝 없는 소인수는 2와 3이다. 가장 작은 x는 $2\times3=6$이고,

$24\times6=144=12^2$이므로 조건을 만족한다.

방법: 짝 없는 소인수 채우기

고른 이유: x가 곱해진 꼴이므로 짝 없는 소인수 채우기를 사용하면 가장 작은 x를 찾을 수 있다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 곱하는 수

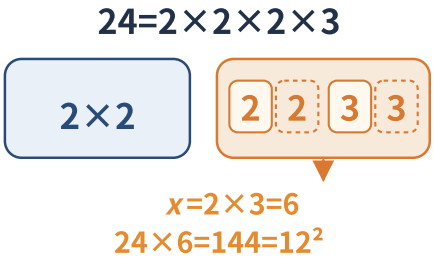
$24x$에서는 x가 24에 곱해져 있어요. 24를 소인수분해해 짝을 확인해야 해요.

② 고를 방법 → 짝 없는 소인수 채우기

$24=2^3\times3$이에요. 제곱수가 되려면 소인수가 모두 짝수 개여야 하므로 부족한 짝을 채워요.

③ 24에서 짝이 없는 소인수 → 2, 3

$24=2\times2\times2\times3$에서 2 하나와 3 하나가 짝 없이 남아요. 둘 모두 x에 들어가야 해요.



Q 2 하나만 채우면 안 되나요?

$24 \times 2 = 48 = 2^4 \times 3$이어서 3은 여전히 짝이 없어요. 짝 없는 소인수는 **모두** 채워야 해요.

④ 가장 작은 $x \to 6$

$x = 2 \times 3 = 6$이면 $24x = 144 = 12^2$이 돼요. 필요한 소인수를 최소한으로 보충했으므로 가장 작은 x는 6이에요.

Q $x = 24$도 되는데 왜 답은 6인가요?

$24 \times 24 = 24^2$이어서 $x = 24$도 가능해요. 하지만 가장 작은 자연수 x를 물었으므로 6을 골라요.

핵심 연결 $24 = 2^3 \times 3$ → 짝 없는 2, 3 → $x = 6$ → $24 \times 6 = 144 = 12^2$.

두 문제를 비교하면

$\sqrt{24 - x}$와 $\sqrt{24x}$는 둘 다 근호 안을 양의 제곱수로 만들어야 해요. 그러나 x가 빠지면 **제곱수 늘어놓기**, 곱해지면 **짝 없는 소인수 채우기**를 골라요.

빈칸 구조도 기본 3·4 — 곱할 때와 나눌 때

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 72와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 x를 구한다.

기본 3

자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.

기본 4

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.

① 근호 안에서 x는

(곱하는 수 / 나누는 수)

(곱하는 수 / 나누는 수)

▼

② 고를 방법

(짝 없는 소인수 채우기 / 제곱수 약수 찾기)

(짝 없는 소인수 채우기 / 제곱수 약수 찾기)

▼

③

72에서 짝이 없는 소인수

_____

72의 약수 가운데 제곱수

_____, _____, _____, _____

▼

④

가장 작은 x

_____

x를 모두

_____, _____, _____, _____

두 문제를 비교하면 곱하는 x는 짝 없는 소인수를 (채우고 / 덜어 내고), 나누는 x는 (채운다 / 덜어 낸다).

기본 3 다시 보기

짝 없는 소인수 채우기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 곱한다 ⇒ **떠올린 개념** 짝 없는 소인수 채우기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$72 = 2^3 \times 3^2$이므로 짝 없는 소인수 2를 하나 채운다. $x = 2$이면 $72x = 144 = 12^2$이고, 이것이 가장 작은 자연수 x이다.

방법: 짝 없는 소인수 채우기

고른 이유: x가 곱해진 식에서 부족한 소인수가 한 개이므로 짝 없는 소인수 채우기를 사용한다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 곱하는 수

$72x$는 72에 x가 곱해진 꼴이에요. 72의 소인수 개수가 짝수인지 확인해요.

② 고를 방법 → 짝 없는 소인수 채우기

$72 = 2^3 \times 3^2$이므로 2가 홀수 개 남아요. 2를 하나 더 넣으면 모두 짝이 돼요.

③ 72에서 짝이 없는 소인수 → 2

72의 소인수 가운데 3은 두 개로 이미 짝이 맞아요. 2만 한 개 모자라요.

Q 72에 3도 있는데 왜 채우지 않나요?

$72 = 2^3 \times 3^2$에서 3의 개수는 이미 짝수인 두 개예요. 짝이 없는 2만 채우면 돼요.

④ 가장 작은 x → 2

$x = 2$이면 $72 \times 2 = 144 = 12^2$이에요. 따라서 가장 작은 x는 2예요.

Q $x = 2$ 말고도 가능한 값이 있나요?

$x = 2, 8, 18, 32, \cdots$도 가능해요. 하지만 가장 작은 x를 구하는 문제이므로 2가 답이에요.

핵심 연결 $72 = 2^3 \times 3^2$ → 짝 없는 2 → $x = 2$ → $72 \times 2 = 144 = 12^2$.

기본 4 다시 보기

제곱수 약수 찾기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x로 나눈다 ⇒ **떠올린 개념** 제곱수 약수 찾기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$\frac{72}{x} = m^2$(m은 자연수)이면 $x = \frac{72}{m^2}$이다. 72의 제곱수인 약수는 $1, 4, 9, 36$이므로 $x = 72, 18, 8, 2$이다. 모두 자연수이고 제곱근도 자연수이므로 답은 $2, 8, 18, 72$이다.

방법: 제곱수 약수 찾기

고른 이유: x가 분모에 있으므로 제곱수 약수 찾기로 가능한 몫을 먼저 정한다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 나누는 수

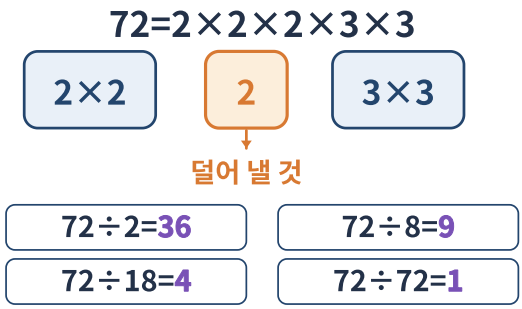
$\frac{72}{x}$에서 x는 분모에 있으므로 72를 나누는 수예요. 곱할 수를 채우는 방법과 달라요.

② 고를 방법 → 제곱수 약수 찾기

제곱근이 자연수 m이라면 $\frac{72}{x} = m^2$이에요. 따라서 m^2은 72의 제곱수인 약수여야 해요.

③ 72의 약수 가운데 제곱수 → 1, 4, 9, 36

$72 = 2^3 \times 3^2$의 약수 중 양의 제곱수는 $1, 4, 9, 36$이에요. 이 값이 $\frac{72}{x}$에 들어가요.



Q $x = 1$도 자연수인데 왜 답이 아닌가요?

$x = 1$이면 $\frac{72}{1} = 72$인데, 72는 제곱수가 아니에요. 자연수인 제곱근을 얻을 수 없어요.

④ x를 모두 → 2, 8, 18, 72

$\frac{72}{x}$ = 1, 4, 9, 36을 차례로 풀면 x = 72, 18, 8, 2예요. 모두 자연수이므로 작은 수부터 2, 8, 18, 72를 써요.

Q 곱할 때와 나눌 때 모두 가능한 x가 네 개뿐인가요?

아니에요. 곱할 때는 $x = 2k^2$(k는 자연수)로 끝없이 만들 수 있어요. 나눌 때는 x가 72의 약수여야 하므로 후보가 몇 개뿐이에요.

핵심 연결 $\frac{72}{x}$ = 1, 4, 9, 36 → x = 72, 18, 8, 2 → 가능한 x = 2, 8, 18, 72.

두 문제를 비교하면

두 식 모두 72를 쓰지만 x가 곱해지면 짝 없는 소인수를 **채우고**, x가 분모에 있으면 제곱수인 몫만 남기도록 **제곱수 약수 찾기**를 해요. 곱 꼴에서는 후보가 끝없이 많고 나누는 꼴에서는 약수만 남아요.

빈칸 구조도 기본 5·6 — 둘 다 모두 구할 때

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 12와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 x를 모두 구한다.

기본 5

자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.

기본 6

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.

① 근호 안에서 x는

(빼는 수 / 나누는 수)

(빼는 수 / 나누는 수)

▼

② 고를 방법

(제곱수 늘어놓기 / 제곱수 약수 찾기)

(제곱수 늘어놓기 / 제곱수 약수 찾기)

▼

③

12보다 작은 양의 제곱수

_____ , _____ , _____

12의 약수 가운데 제곱수

_____ , _____

▼

④ x를 모두

_____ , _____ , _____

_____ , _____

두 문제를 비교하면 두 문제 모두 (제곱수 / 소인수)를 먼저 늘어놓는다. 늘어놓는 후보는 빼는 꼴에서는 12보다 작은 것, 나누는 꼴에서는 12의 (약수 / 배수)이다.

기본 5 다시 보기

제곱수 늘어놓기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 뺀다 ⇒ **떠올린 개념** 제곱수 늘어놓기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$12-x$가 양의 제곱수여야 하고 x는 자연수이다. 가능한 값은 $12-x=1,4,9$이고, 이때 $x=11,8,3$이다. 따라서 답은 $x=3,8,11$이다.

방법: 제곱수 늘어놓기

고른 이유: x를 빼는 꼴이므로 제곱수 늘어놓기를 사용하면 후보를 빠짐없이 나열할 수 있다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 빼는 수

$12-x$에서 x를 빼요. 근호 안에 남을 수를 제곱수로 정한 다음 x를 찾아요.

Q $x=13$은 왜 검사하지 않나요?

$12-13=-1$이므로 근호 안이 음수가 돼요. 음수의 제곱근은 없으므로 $x=13$은 후보가 아니에요.

② 고를 방법 → 제곱수 늘어놓기

$12-x$가 양의 제곱수여야 하므로 12보다 작은 제곱수를 늘어놓아요.

③ 12보다 작은 양의 제곱수 → 1, 4, 9

x가 자연수이므로 $12-x<12$예요. 양의 제곱수 가운데 12보다 작은 것은 1, 4, 9뿐이에요.

Q $x=12$도 넣어도 되나요?

$12-12=0$이어서 $\sqrt{0}=0$이에요. 0은 자연수가 아니므로 답에서 빼요.

④ x를 모두 → 3, 8, 11

$12-x=1,4,9$에서 $x=11,8,3$을 얻어요. 따라서 가능한 수를 모두 쓰면 3, 8, 11이에요.

핵심 연결 $12-x=1,4,9$ → $x=11,8,3$ → 가능한 $x=3,8,11$.

기본 6 다시 보기

제곱수 약수 찾기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안에서 x로 나눈다 ⇒ **떠올린 개념** 제곱수 약수 찾기

문제 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$\frac{12}{x} = m^2$(m은 자연수)이라 놓는다. m^2은 12의 제곱수 약수 1, 4 중 하나이므로 $x = 12, 3$이다.

따라서 답은 3, 12이다.

방법: 제곱수 약수 찾기

고른 이유: x를 나누는 꼴이므로 제곱수 약수 찾기를 이용한다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 근호 안에서 x는 → 나누는 수

$\frac{12}{x}$에서 x가 분모에 있어요. 제곱수인 몫을 남기도록 나누어야 해요.

② 고를 방법 → 제곱수 약수 찾기

$\frac{12}{x} = m^2$이고 x가 자연수이므로 m^2은 12의 제곱수인 약수예요.

③ 12의 약수 가운데 제곱수 → 1, 4

12의 양의 제곱수 약수는 1, 4예요. 9는 제곱수이지만 12의 약수가 아니에요.

Q x가 12보다 커져도 되나요?

$x > 12$이면 $0 < \frac{12}{x} < 1$이에요. 이 사이에는 자연수의 제곱이 없으므로 답이 될 수 없어요.

④ x를 모두 → 3, 12

$\frac{12}{x} = 1$이면 $x = 12$이고 $\frac{12}{x} = 4$이면 $x = 3$이에요. 따라서 3, 12가 답이에요.

Q 이번에도 x가 끝없이 많이 나오나요?

아니에요. x는 12의 약수여야 하므로 몇 개만 가능해요. 그중 몫이 제곱수가 되는 3, 12만 남아요.

핵심 연결 $\frac{12}{x} = 1, 4$ → $x = 12, 3$ → 가능한 $x = 3, 12.$

두 문제를 비교하면

두 문제 모두 가능한 x를 전부 찾지만, 빼는 꼴은 12보다 작은 양의 제곱수 1, 4, 9를, 나누는 꼴은 12의 제곱수 약수 1, 4를 먼저 찾아요. 같은 $x = 3$이 나오더라도 후보를 찾는 길은 달라요.

빈칸 구조도 기본 7·8 — 제곱 말고 곱해진 것이 있을 때

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 $1 \le n \le 5$에서 $(n-3)^2$이 들어 있는 근호가 자연수가 되는 n을 모두 구한다.

기본 7

자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오.

① $(n-3)^2$ 말고 근호 안에 곱해진 것이

(없다 / 있다)

▼

②

근호를 없앤 식

$|n-$ _____ $|$

▼

③ 근호 안이 0이 되는 n

_____

▼

④ n을 모두

_____, _____, _____, _____

기본 8

자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오.

① $(n-3)^2$ 말고 근호 안에 곱해진 것이

(없다 / 있다)

▼

②

자연수가 되려면 n은

(제곱수 / 짝수)여야 한다

▼

③ 근호 안이 0이 되는 n

_____

▼

④ n을 모두

_____, _____

두 문제를 비교하면 $\sqrt{0} = 0$은 자연수가 (맞다 / 아니다). 제곱 앞에 곱해진 수가 있으면 그 수도 (제곱수 / 홀수)여야 한다.

기본 7 다시 보기

절댓값으로 바꾸기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 근호 안이 제곱된 식이다 ⇒ **떠올린 개념** 절댓값으로 바꾸기

문제 자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$\sqrt{(n-3)^2} = |n-3|$이다. $n = 1, 2, 3, 4, 5$일 때의 값은 $2, 1, 0, 1, 2$이므로 0이 되는 $n = 3$을 제외하여 답은 $1, 2, 4, 5$이다.

방법: 절댓값으로 바꾸기

고른 이유: 근호 안이 제곱된 꼴이므로 절댓값으로 바꾸기로 부호를 확인한다.

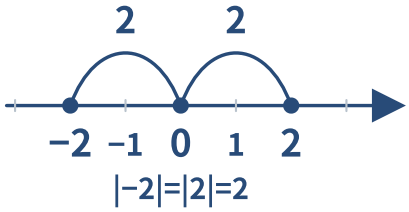
칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① $(n-3)^2$ 말고 근호 안에 곱해진 것이 → 없다

$\sqrt{(n-3)^2}$은 $(n-3)^2$만 들어 있어요. 다른 수가 곱해져 있지 않아요.

② 근호를 없앤 식 → $|n-3|$

$\sqrt{(n-3)^2} = |n-3|$이에요. $n < 3$이면 $n-3$이 음수라도 제곱근의 값은 음수가 아니에요.



Q $n = 1$일 때 $n-3 = -2$인데 제곱근도 -2인가요?

$(-2)^2 = 4$이고 $\sqrt{4} = 2$예요. 그래서 음수였던 -2가 아니라 거리처럼 양수인 2가 돼요.

③ 근호 안이 0이 되는 n → 3

$n = 3$에서 $(n-3)^2 = 0$이고, $\sqrt{0} = 0$이에요. 0은 자연수가 아니므로 제외해요.

Q $n = 3$을 빼는 까닭은 무엇인가요?

근호 안이 0이 되는 수를 먼저 찾아 지워 두면, 마지막에 답을 정리할 때 빠뜨리거나 잘못 넣지 않아요. 여기서는 $n = 3$을 두 문제 모두에서 제외해야 해요.

④ n을 모두 → 1, 2, 4, 5

$n=1,2,3,4,5$를 넣으면 절댓값이 2, 1, 0, 1, 2예요. 0이 되는 3을 제외해 1, 2, 4, 5를 얻어요.

핵심 연결 $\sqrt{(n-3)^2}=|n-3|$ → $n=1,2,3,4,5$에서 2, 1, 0, 1, 2 → $n=3$ 제외 → 1, 2, 4, 5.

기본 8 다시 보기

짝 없는 소인수 채우기를 고르는 까닭

함께 나온 조건 제곱된 식에 n이 곱해져 있다

⇒ **떠올린 개념** 짝 없는 소인수 채우기(곱해진 n의 짝 확인)

문제 자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

풀이

$n=1,2,3,4,5$일 때 $n(n-3)^2=4,2,0,4,20$이다. 이 중 양의 제곱수는 4뿐이어서 답은 $n=1,4$이다.

방법: 짝 없는 소인수 채우기

고른 이유: 제곱된 부분에 n이 추가로 곱해져 있으므로 짝 없는 소인수 채우기의 판단으로 n도 제곱수인지 확인한다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① $(n-3)^2$ 말고 근호 안에 곱해진 것이 → 있다

$n(n-3)^2$에는 제곱된 부분 외에 n이 한 번 더 곱해져 있어요. n도 확인해야 해요.

② 자연수가 되려면 n은 → 제곱수

$(n-3)^2$은 이미 제곱수이므로 곱해진 n도 제곱수여야 해요. $n=3$은 결과가 0이어서 따로 제외해요.

Q $(n-3)^2$이 이미 제곱수인데 왜 n도 확인하나요?

근호 안 전체가 제곱수여야 하기 때문이에요. 제곱된 부분 말고 n이 한 번 더 곱해져 있으므로 n의 소인수도 짝을 맞춰야 해요.

③ 근호 안이 0이 되는 n → 3

$n=3$이면 $n(n-3)^2=0$이에요. 제곱근이 0이므로 답이 아니에요.

④ n을 모두 → 1, 4

$1 \le n \le 5$에서 제곱수는 1, 4예요. 두 값에서 근호 안은 모두 4가 되어 제곱근은 2예요.

Q **$n=2$이면 근호 안이 2인데 왜 안 되나요?**

$2(2-3)^2=2$예요. 2는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{2}$는 자연수가 될 수 없어요.

핵심 연결 $n(n-3)^2$에서 $(n-3)^2$은 제곱수 → n이 제곱수인지 확인 → $n=3$ 제외 → $n=1, 4$.

두 문제를 비교하면

두 식 모두 $(n-3)^2$을 포함하고 $n=3$에서 근호 안이 0이 돼요. 기본 7은 제곱을 **절댓값으로 바꾸기**로 해결하지만, 기본 8은 추가로 곱해진 n도 제곱수인지 확인해야 해요.

3 조건 개념 지도

도구 1 절댓값으로 바꾸기

무엇을 확인할까?

1. 식이 제곱된 꼴인가?
2. 제곱되기 전의 식은 음수일 수 있는가?

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

주의 $A < 0$이면 $|A| = -A$예요. 제곱근의 값은 음수가 아니고 $\sqrt{0} = 0$은 자연수가 아니에요.

도구 2 제곱수 늘어놓기

무엇을 확인할까?

1. x가 더해지거나 빠지는 꼴인가?
2. 가능한 양의 제곱수는 어떤 것인가?

$$A \pm x = m^2 (m = 1, 2, 3, \cdots)$$

주의 $\sqrt{A - x}$에서는 A보다 작은 제곱수를, $\sqrt{A + x}$에서는 A보다 큰 제곱수를 확인해요.
제곱근이 자연수여야 하면 $m = 0$은 빼요.

도구 3 짝 없는 소인수 채우기

무엇을 확인할까?

1. x가 근호 안에서 곱해져 있는가?
2. 짝이 맞지 않은 소인수는 무엇인가?

$$Ax = m^2 (m = 1, 2, 3, \cdots)$$

주의 근호 안의 곱이 제곱수가 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수여야 해요. x의 **가장 작은 값**을 묻는다면 부족한 소인수만 채워요.

도구 4 제곱수 약수 찾기

무엇을 확인할까?

1. x가 분모에 있는가?
2. A의 약수 중 제곱수는 무엇인가?

$$\frac{A}{x} = m^2 \text{ 이면 } x = \frac{A}{m^2}$$

주의 A, x가 자연수이고 몫이 자연수의 제곱이면 m^2은 A의 약수예요. 몫이 A의 약수 가운데 **제곱수**일 때만 답이 돼요.

조건 개념 지도

근호를 없애야 하면

근호 안에 x가 어떻게 들어 있는가? 함께 나온 조건은 무엇인가?

① $\sqrt{(n-3)^2}$

함께 나온 조건 근호 안이 제곱된 식이다

→ 절댓값으로 바꾸기

$\sqrt{A^2} = |A|$, $A < 0$이면 $-A$. 근호 안이 0이면 제곱근은 0이라 자연수가 아니다

기본 7

② $\sqrt{A-x}$

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 빼거나 더한다

→ 제곱수 늘어놓기

빼면 A보다 작은 양의 제곱수, 더하면 A보다 큰 제곱수를 늘어놓고 x를 거꾸로 구한다

기본 1 기본 5

③ $\sqrt{Ax}$

함께 나온 조건 근호 안에서 x를 곱한다

→ 짝 없는 소인수 채우기

소인수의 지수가 모두 짝수여야 한다. 가장 작은 x = 짝 없는 소인수의 곱

기본 2 기본 3 기본 8

④ $\sqrt{\frac{A}{x}}$

함께 나온 조건 근호 안에서 x로 나눈다

→ 제곱수 약수 찾기

$\frac{A}{x} = m^2$이면 $x = \frac{A}{m^2}$이고, m^2은 A의 약수 가운데 제곱수다

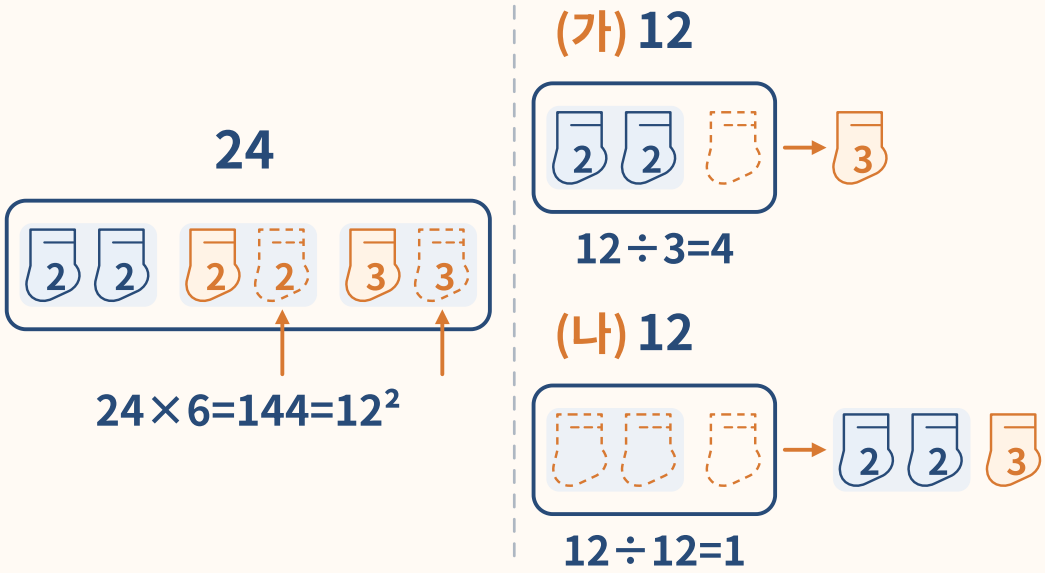
기본 4 기본 6

비유 **소인수 양말의 짝**

곱할 때는 짝 없는 양말에 짝을 **데려오고**, 나눌 때는 짝 없는 양말을 **내보내요**.

$12 = 2 \times 2 \times 3$에서 짝 없는 3을 내보내면 $x = 3$, 짝지은 2, 2까지 통째로 내보내면 $x = 12$예요. 그래서 나누는 꼴은 답이 여러 개일 수 있어요.

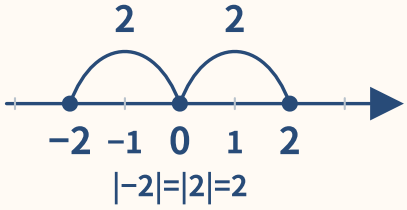
⚠ **비유의 한계:** 양말의 짝은 소인수의 개수를 나타낼 뿐이에요. 근호 안이 $A - x$처럼 뺄셈이면 소인수를 곱해 짝을 만드는 대신 가능한 제곱수를 늘어놓아야 해요.



비유 **수직선에서 0까지의 거리**

-2에서 0까지의 거리와 2에서 0까지의 거리는 둘 다 2예요. 그래서 $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{2^2} = 2$이고, $\sqrt{A^2} = |A|$이에요.

⚠ **비유의 한계:** 수직선 거리는 **제곱되어 있는 식**을 절댓값으로 바꾸는 까닭만 설명해요. 모든 근호에서 부호를 없애도 된다는 뜻은 아니에요.



답이 안 나오면

근호 안이 제곱이면 부호를, 빼기·더하기이면 제곱수 목록을, 곱하기이면 소인수의 짝을, 나누기이면 제곱수 약수를 확인해요. 마지막에는 문제가 요구한 자연수 조건을 확인해요. 제곱근이 자연수여야 하면 근호 안이 0이 되는 경우를 빼요.

4 확인 문제

확인 1 자연수 x에 대하여 $\sqrt{16-x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 x를 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 2 자연수 x에 대하여 $\sqrt{16+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 x를 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 3 자연수 x에 대하여 $\sqrt{18x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 x를 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 4 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{18}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 x를 모두 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 5 $a=-7$일 때 $\sqrt{(a+5)^2}$의 값을 구하고, 절댓값을 사용하는 까닭을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 6 자연수 n이 $1 \leq n \leq 9$일 때 $\sqrt{n(n-4)^2}$이 자연수가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 고른 풀이 방법과 그 이유를 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 7 자연수 x에 대하여 $\sqrt{36-x}$가 자연수가 되도록 하는 x를 모두 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 8 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{48}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 x를 모두 구하고 고른 방법을 쓰시오.

풀이를 쓰는 칸

5 마무리 복습

문제 ↔ 개념 한눈에 보기

제곱근이 자연수여야 하는 문제에서는 근호 안이 0이 되는 경우를 어느 갈래에서든 마지막에 빼요($\sqrt{0}=0$은 자연수가 아니다). 값만 구하는 문제에서는 $\sqrt{0}=0$도 올바른 값이에요.

문제	함께 나온 조건	절댓값으로 바꾸기	제곱수 늘어놓기	짝 없는 소인수 채우기	제곱수 약수 찾기
기본 1	x를 뺀다		①		
기본 2	x를 곱한다			①	
기본 3	x를 곱한다			①	
기본 4	x로 나눈다				①
기본 5	x를 뺀다		①		
기본 6	x로 나눈다				①
기본 7	제곱된 식	①			
기본 8	제곱된 식에 n이 곱해짐			①	
확인 1	x를 뺀다		①		
확인 2	x를 더한다		①		
확인 3	x를 곱한다			①	
확인 4	x로 나눈다				①
확인 5	제곱된 식	①			
확인 6	제곱된 식에 n이 곱해짐			①	
확인 7	x를 뺀다		①		
확인 8	x로 나눈다				①

원 안의 숫자는 그 문제에서 개념을 쓴 순서다.

조건 채우기

보기 | 제곱수 | 짝수 | 약수 | 절댓값 | 자연수 | 음수 | 늘어놓는다 | 채운다 | 덜어 낸다 | 큰 | 작은 | 부호

1. 근호 안이 어떤 식의 제곱일 때는 그 식을 _____ 으로 바꾸고 부호를 확인한다.

2. 근호 안이 $A-x$ 꼴이면 가능한 양의 _____ 를 작은 수부터 늘어놓는다.

3. 근호 안이 $A+x$ 꼴이면 A보다 _____ 양의 제곱수를 찾는다.

4. 근호 안이 Ax 꼴이면 짝 없는 소인수를 x로 _____ .

5. 근호 안이 $\frac{A}{x}$ 꼴이면 x는 A의 _____ 중에서 찾는다.

6. 근호 안이 $\frac{A}{x}$ 꼴일 때 남길 양의 _____ 인 약수를 먼저 찾는다.

7. 제곱수가 되려면 소인수의 개수가 모두 _____ 여야 한다.

8. 근호 안이 0이 되는 x는 제곱근 0이 _____ 가 아니어서 답에서 뺀다.

9. $\sqrt{(a-2)^2}$에서 $a<2$이면 근호를 없앨 때 _____ 를 확인한다.

10. 근호 안이 $A-x$ 꼴이고 x가 자연수이면, 근호 안에 들어갈 제곱수는 A보다 _____ 것만 살펴본다.

11. 근호 안이 $\frac{A}{x}$ 꼴이면 x는 A에서 짝 없는 소인수를 _____ .

정리 문항

다음 (가)~(라)의 물음에 답하고, 각각 **처음 선택한 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유**도 쓰시오.

(가)

$a=1$일 때 $\sqrt{(a-3)^2}$의 값을 구하시오.

고를 방법

그 방법을 고른 까닭

정답

(나)

자연수 x에 대하여 $\sqrt{20-x}$가 자연수가 되는 가장 작은 x를 구하시오.

고를 방법

그 방법을 고른 까닭

정답

(다)

자연수 x에 대하여 $\sqrt{45x}$가 자연수가 되는 가장 작은 x를 구하시오.

고를 방법

그 방법을 고른 까닭

정답

(라)

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{45}{x}}$가 자연수가 되는 x를 모두 구하시오.

고를 방법

그 방법을 고른 까닭

정답

6 정답과 해설

빠른 정답

문항	정답	문항	정답
기본 1	$x=8$	**확인 1**	$x=7$
기본 2	$x=6$	**확인 2**	$x=9$
기본 3	$x=2$	**확인 3**	$x=2$
기본 4	$x=2, 8, 18, 72$	**확인 4**	$x=2, 18$
기본 5	$x=3, 8, 11$	**확인 5**	2
기본 6	$x=3, 12$	**확인 6**	$n=1, 9$
기본 7	$n=1, 2, 4, 5$	**확인 7**	$x=11, 20, 27, 32, 35$
기본 8	$n=1, 4$	**확인 8**	$x=3, 12, 48$

빈칸 구조도 정답

빈칸 구조도 정답 기본 1·2

기본 1 근호 안에서 x를 뺀다 ⇒ 떠올린 개념 제곱수 늘어놓기

기본 2 근호 안에서 x를 곱한다 ⇒ 떠올린 개념 짝 없는 소인수 채우기

두 문제 모두 24와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 가장 작은 x를 구한다.

기본 1	기본 2
자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.	자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.
① 근호 안에서 x는	
(**빼는 수** / 곱하는 수)	(빼는 수 / **곱하는 수**)
▼	▼
② 고를 방법	
(**제곱수 늘어놓기** / 짝 없는 소인수 채우기)	(제곱수 늘어놓기 / **짝 없는 소인수 채우기**)
▼	▼
③	
24 − x가 될 수 있는 제곱수 1 , 4 , 9 , 16	24에서 짝이 없는 소인수 2 , 3
▼	▼
④ 가장 작은 x	
8	6

두 문제를 비교하면 두 문제 모두 근호 안이 (**제곱수** / 소수)여야 한다. 방법을 가른 것은 x가 (**놓인 자리** / 크기)이다.

빈칸 구조도 정답 기본 3·4

기본 3 근호 안에서 x를 곱한다 ⇒ 떠올린 개념 짝 없는 소인수 채우기

기본 4 근호 안에서 x로 나눈다 ⇒ 떠올린 개념 제곱수 약수 찾기

두 문제 모두 72와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 x를 구한다.

기본 3	기본 4
자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오.	자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.
① 근호 안에서 x는	
(**곱하는 수** / 나누는 수)	(곱하는 수 / **나누는 수**)
▼	▼
② 고를 방법	
(**짝 없는 소인수 채우기** / 제곱수 약수 찾기)	(짝 없는 소인수 채우기 / **제곱수 약수 찾기**)
▼	▼
③	
72에서 짝이 없는 소인수 **2**	72의 약수 가운데 제곱수 **1** , **4** , **9** , **36**
▼	▼
④	
가장 작은 x **2**	x를 모두 **2** , **8** , **18** , **72**

두 문제를 비교하면 곱하는 x는 짝 없는 소인수를 (**채우고** / 덜어 내고), 나누는 x는 (채운다 / **덜어 낸다**).

빈칸 구조도 정답 **기본 5·6**

기본 5 근호 안에서 x를 뺀다 ⇒ 떠올린 개념 제곱수 늘어놓기

기본 6 근호 안에서 x로 나눈다 ⇒ 떠올린 개념 제곱수 약수 찾기

두 문제 모두 12와 x로 만든 근호가 자연수가 되는 x를 모두 구한다.

기본 5

자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.

기본 6

자연수 x에 대하여 $\sqrt{\frac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오.

① 근호 안에서 x는

(**뺀는 수** / 나누는 수)

(뺀는 수 / **나누는 수**)

▼

② 고를 방법

(**제곱수 늘어놓기** / 제곱수 약수 찾기)

(제곱수 늘어놓기 / **제곱수 약수 찾기**)

▼

③

12보다 작은 양의 제곱수

1 , **4** , **9**

12의 약수 가운데 제곱수

1 , **4**

▼

④ x를 모두

3 , **8** , **11**

3 , **12**

두 문제를 비교하면 두 문제 모두 (**제곱수** / 소인수)를 먼저 늘어놓는다. 늘어놓는 제곱수는 뺀는 꼴에서는 12보다 작은 것, 나누는 꼴에서는 12의 (**약수** / 배수)이다.

빈칸 구조도 정답 기본 7·8

기본 7 근호 안이 제곱된 식이다 ⇒ 떠올린 개념 절댓값으로 바꾸기

기본 8 제곱된 식에 n이 곱해져 있다
⇒ 떠올린 개념 짝 없는 소인수 채우기(곱해진 n의 짝 확인)

두 문제 모두 $1 \le n \le 5$에서 $(n-3)^2$이 들어 있는 근호가 자연수가 되는 n을 모두 구한다.

기본 7	기본 8
자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오.	자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오.
① $(n-3)^2$ 말고 근호 안에 곱해진 것이	
(**없다** / 있다)	(없다 / **있다**)
▼	▼
②	
근호를 없앤 식 $\lvert n-$ **3** $\rvert$	자연수가 되려면 n은 (**제곱수** / 짝수)여야 한다
▼	▼
③ 근호 안이 0이 되는 n	
3	**3**
▼	▼
④ n을 모두	
1 , **2** , **4** , **5**	**1** , **4**

두 문제를 비교하면 $\sqrt{0} = 0$은 자연수가 (맞다 / **아니다**). 제곱 앞에 곱해진 수가 있으면 그 수도 (**제곱수** / 홀수)여야 한다.

생각 질문 답 예시와 인정 기준

생각 질문 1

비교 문제 A (기본 1): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

비교 문제 B (기본 2): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{24x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

질문: (1) 두 문제에서 근호가 자연수가 되려면 근호 안의 수가 어떤 수여야 하는지 쓰시오.

(2) $24-x$와 $24x$의 풀이가 달라지는 까닭과 처음 고를 방법을 각각 쓰시오.

답 예시: (1) 근호 안은 $1, 4, 9, \cdots$와 같은 양의 제곱수여야 한다. (2) 차 $24-x$는 가능한 제곱수를 나열해 식 $x = 24 - m^2$을 이용하여 역산하고, 곱 $24x$는 $24 = 2^3 \times 3$의 소인수 짝을 보충한다.

인정 기준: 공통 조건 1개와 두 식에서 각각의 첫 방법·까닭을 모두 쓰면 인정한다.

생각 질문 2

비교 문제 A (기본 3): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{72x}$가 **자연수**가 되도록 하는 가장 작은 x의 값을 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

비교 문제 B (기본 4): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\dfrac{72}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

질문: (1) $72x$와 $\dfrac{72}{x}$를 제곱수로 만들 때 x가 하는 역할을 비교하시오.

(2) 곱의 꼴은 가장 작은 x를 묻고 나눗셈 꼴은 모든 x를 묻는 까닭을 쓰시오.

답 예시: (1) 곱에서는 부족한 소인수 2를 x로 보충하고, 나눗셈에서는 72를 제곱수로 나눌 수 있게 x를 고른다. (2) 곱에서는 $x = 2k^2$ 꼴의 후보가 끝없이 생기지만, 나눗셈은 x가 72의 약수라 후보가 몇 개뿐이다.

인정 기준: 곱과 나눗셈에서 x가 하는 역할의 차이 및 후보 수가 다른 이유를 구체적으로 쓰면 인정한다.

생각 질문 3

비교 문제 A (기본 5): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{12-x}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

비교 문제 B (기본 6): 자연수 x에 대하여 $\sqrt{\dfrac{12}{x}}$가 **자연수**가 되도록 하는 x를 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

질문: (1) 두 문제에서 가능한 x를 찾기 전에 어떤 제곱수를 먼저 나열할지 각각 쓰시오.

(2) 두 문제에서 후보가 몇 개뿐인 까닭을 근호 안의 식을 이용하여 쓰시오.

답 예시: (1) 기본 5는 12보다 작은 양의 제곱수 $1, 4, 9$를, 기본 6은 12의 약수인 제곱수 $1, 4$를 나열한다. (2) 기본 5는 $12-x>0$이므로 $x<12$이고, 기본 6은 $\dfrac{12}{x}$가 자연수의 제곱이므로 x가 12의 약수여야 해서 모두 후보가 몇 개뿐이다.

인정 기준: 두 문제의 제곱수 후보를 각각 정확히 쓰고, 빼는 꼴은 범위 제한, 나누는 꼴은 약수 제한이라는 이유를 쓰면 인정한다.

생각 질문 4

비교 문제 A (기본 7): 자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

비교 문제 B (기본 8): 자연수 n이 $1 \le n \le 5$일 때 $\sqrt{n(n-3)^2}$이 **자연수**가 되는 n을 모두 구하시오. 또, 풀이 방법과 그 방법을 고른 이유를 쓰시오.

질문: (1) 두 근호에서 $(n-3)^2$ 말고 더 확인해야 하는 것이 있는 쪽은 어느 것이고, 무엇을 확인하는지 쓰시오.

(2) $n=3$을 두 문제 모두에서 답으로 쓸 수 없는 까닭을 쓰시오.

답 예시: (1) 기본 8이다. n이 추가로 곱해져 있으므로 n도 제곱수인지 확인한다. (2) $n=3$이면 두 근호 안이 모두 0이어서 제곱근이 0이다. 0은 자연수가 아니다.

인정 기준: 기본 8에서 추가로 곱해진 n의 제곱수 조건, 그리고 $n=3$일 때의 0 제외를 모두 쓰면 인정한다.

확인 문제 정답과 해설

확인 1 — $x=7$

방법: 제곱수 늘어놓기 / 고른 이유: x를 빼는 꼴이라 16보다 작은 양의 제곱수 $1, 4, 9$를 검사한다. $16-x=9$에서 가장 작은 $x=7$을 얻는다.

확인 2 — $x=9$

방법: 제곱수 늘어놓기 / 고른 이유: x를 더하는 꼴이므로 16보다 큰 가장 가까운 제곱수 25를 찾는다. $16+x=25$에서 $x=9$이다.

확인 3 — $x=2$

방법: 짝 없는 소인수 채우기 / 고른 이유: $18=2\times3^2$에서 짝 없는 소인수 2를 보충하므로 가장 작은 $x=2$이다.

확인 4 — $x=2, 18$

방법: 제곱수 약수 찾기 / 고른 이유: 몫 $\frac{18}{x}$은 18의 제곱수 약수 $1, 9$ 중 하나다. 따라서 $x=18, 2$이다.

확인 5 — 2

방법: 절댓값으로 바꾸기 / 고른 이유: $a+5=-2$로 음수이다. 제곱근의 값은 음수가 될 수 없으므로 $\sqrt{(a+5)^2}=|a+5|=2$이다.

확인 6 — $n=1, 9$

$(n-4)^2$은 이미 제곱수이므로 근호 전체가 자연수가 되려면 n은 양의 제곱수여야 한다.
$1\le n\le 9$에서 $n=1, 4, 9$를 확인하고, $n=4$이면 근호 안이 0이므로 제외한다. 따라서 $n=1, 9$이다.
곱해진 n을 확인하는 방법을 고른 까닭은 제곱한 식 이외에 n이 한 번 더 곱해져 있기 때문이다.

확인 7 — $x=11, 20, 27, 32, 35$

방법: 제곱수 늘어놓기 / 고른 이유: $36-x$가 양의 제곱수 $1, 4, 9, 16, 25$ 중 하나다.
$x=35, 32, 27, 20, 11$이므로 답은 $11, 20, 27, 32, 35$이다.

확인 8 — $x=3, 12, 48$

방법: 제곱수 약수 찾기 / 고른 이유: $48=2^4\times3$의 제곱수 약수는 $1, 4, 16$이다. $\frac{48}{x}=1, 4, 16$에서 $x=48, 12, 3$을 얻는다.

조건 채우기 정답

1. 절댓값
2. 제곱수
3. 큰
4. 채운다
5. 약수
6. 제곱수
7. 짝수
8. 자연수
9. 부호
10. 작은
11. 덜어 낸다

갈래별로 다시 보기

갈래(떠올릴 개념)	조건 채우기 번호와 정답
① 절댓값으로 바꾸기 근호 안이 제곱된 식이다	1 절댓값 8 자연수 9 부호
② 제곱수 늘어놓기 근호 안에서 x를 빼거나 더한다	2 제곱수 3 큰 10 작은
③ 짝 없는 소인수 채우기 근호 안에서 x를 곱한다	4 채운다 7 짝수
④ 제곱수 약수 찾기 근호 안에서 x로 나눈다	5 약수 6 제곱수 11 덜어 낸다

정리 문항 답 예시와 인정 기준

(가) 정답: 2

방법: 절댓값으로 바꾸기 / 고른 이유: $a=1$에서 $a-3=-2<0$이므로 $\sqrt{(a-3)^2}=|a-3|=2$이다.

(나) 정답: 4

방법: 제곱수 늘어놓기 / 고른 이유: 근호 안에서 x를 빼므로 20보다 작은 양의 제곱수 $1, 4, 9, 16$ 중 하나여야 한다. 가장 큰 제곱수 16을 택하면 가장 작은 $x=20-16=4$다.

(다) 정답: 5

방법: 짝 없는 소인수 채우기 / 고른 이유: $45=3^2\times 5$이므로 짝 없는 소인수 5 하나를 보충해야 가장 작은 $x=5$가 된다.

(라) 정답: $x=5, 45$

방법: 제곱수 약수 찾기 / 고른 이유: 45의 약수 중 양의 제곱수는 $1, 9$이다. $\frac{45}{x}=1, 9$에서 $x=45, 5$를 얻는다.

인정 기준: 각 소문항에서 정답과 함께 처음 고른 방법 및 해당 조건에서 그 방법을 골라야 하는 이유를 모두 작성하면 인정한다. 방법의 이름만 적은 경우는 이유 부분을 인정하지 않는다.