중2-2 수학 · 02 기본

직각삼각형에서 풀이법 고르기

기본편

관련 단원 V-1-02 직각삼각형의 합동 조건 | V-1-03 삼각형의 외심 | VI-1 도형의 닮음 | VI-3 피타고라스 정리

차례

0	문제에 나오는 낱말	2
1	먼저 풀어 보기	3
2	기본 문제 풀이와 이유	18
3	조건 개념 지도	45
4	확인 문제	50
5	마무리 복습	59
6	정답과 해설	64

기본 10 · 확인 9 · 생각 질문 5 · 빈칸 구조도 5 · 조건 채우기 10 · 정리 문항 1(상황 3개)

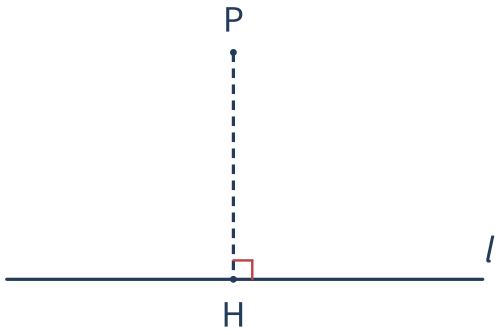
© 대치동 재우쌤 | 010-9524-4849 | https://leessaem.com/ | https://blog.naver.com/leessaem84

본 자료는 직접 제작한 학습 자료입니다. 개인 학습을 위한 열람·인쇄는 자유롭게 할 수 있으며, 무단 복제·재배포·수정 후 재배포 및 상업적 이용을 금합니다.

0 문제에 나오는 낱말

수선의 발

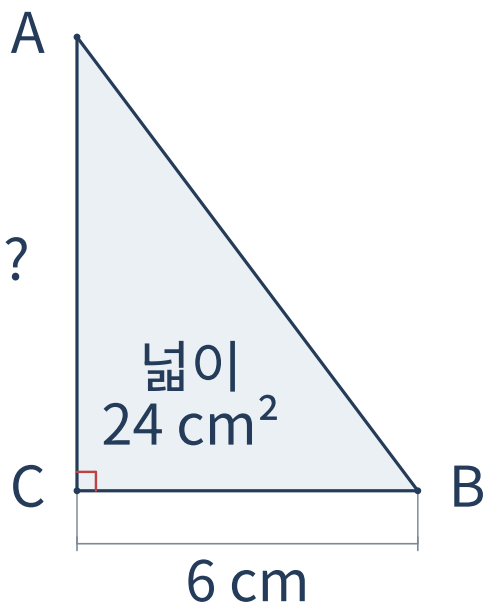
한 점에서 직선에 수직인 선을 그었을 때, 그 선이 직선과 만나는 점을 수선의 발이라 한다.



1 먼저 풀어 보기

기본 1

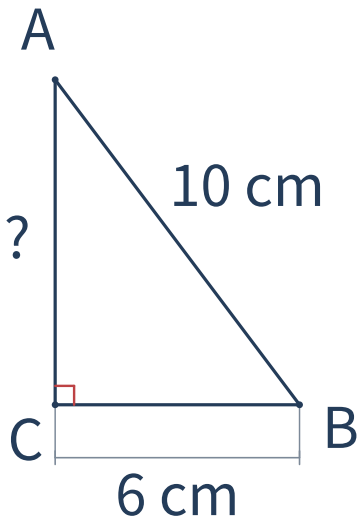
∠C = 90°인 직각삼각형 ABC의 넓이는 24 cm^2이고, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



풀이

기본 2

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



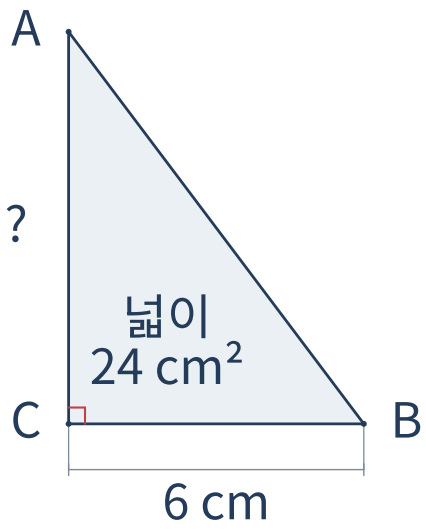
풀이

생각 질문 1

비교할 문제

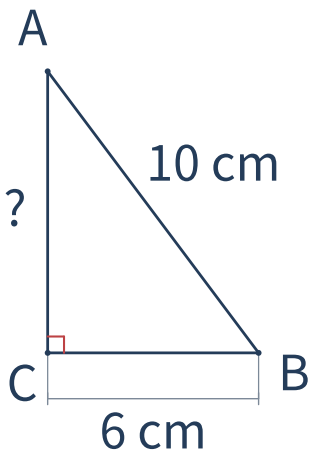
기본 1

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC의 넓이는 24 cm²이고, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



기본 2

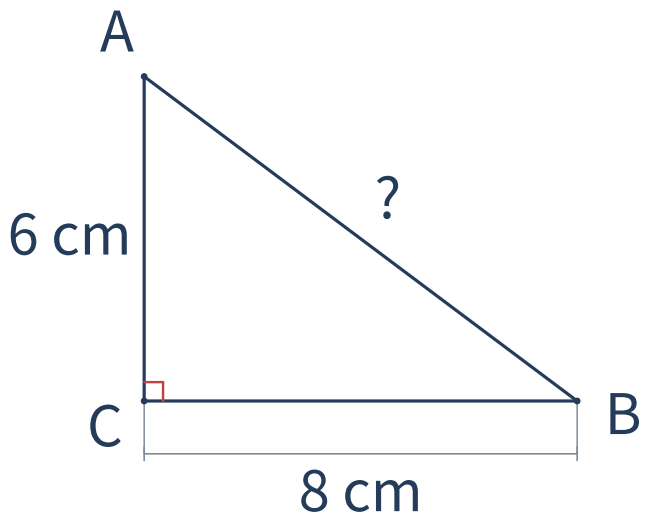
∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



기본 1과 기본 2는 둘 다 $\overline{AC}$의 길이를 구하는 문제이다. (1) 두 문제에서 처음 세운 식을 각각 쓰시오. (2) 두 식이 서로 다른 까닭을, 각 문제에 무엇이 주어졌는지 비교하여 쓰시오.

기본 3

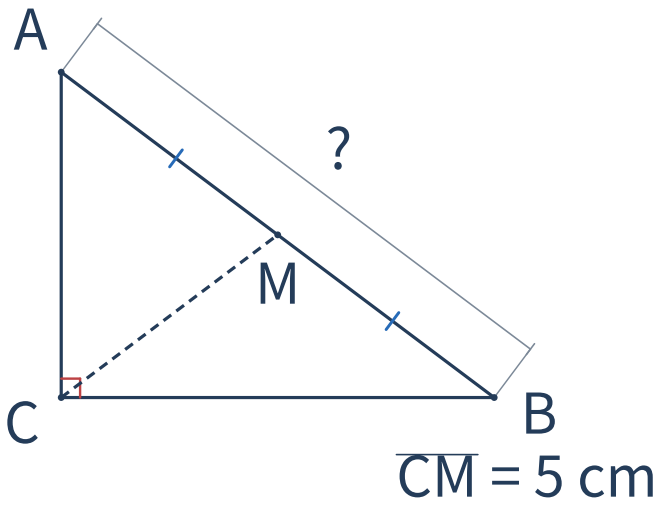
$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 6 cm, $\overline{BC}$의 길이는 8 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이

기본 4

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



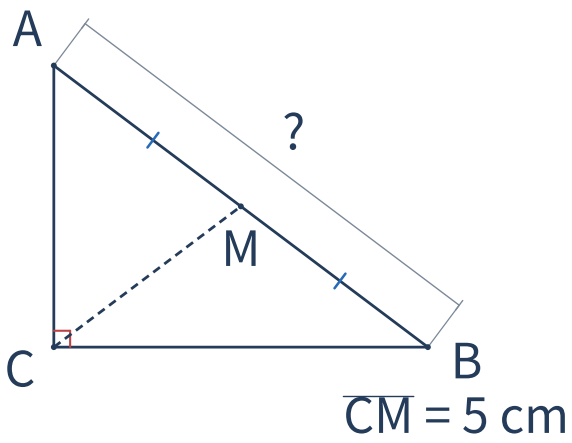
풀이

생각 질문 2

비교할 문제

기본 4

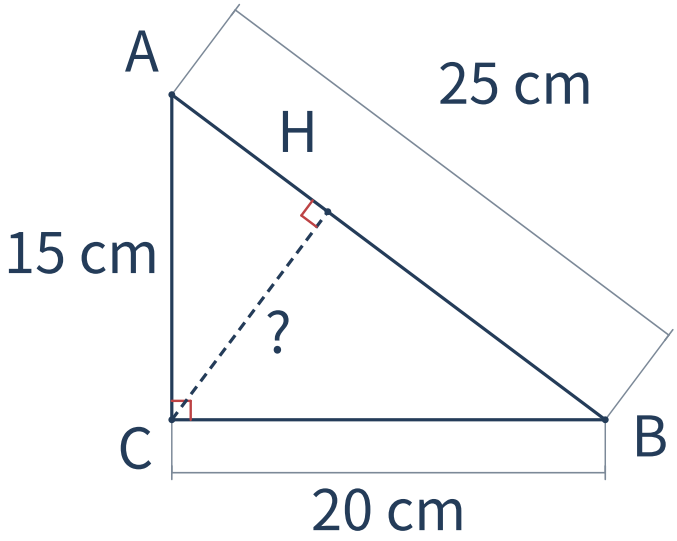
$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



위 기본 4의 삼각형에서 $\angle C = 90°$라는 조건을 빼고 점 M이 $\overline{AB}$의 중점이라는 조건만 남긴다고 하자. (1) $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$라고 할 수 있는가? '있다' 또는 '없다'로 답하고 그렇게 생각한 까닭을 쓰시오. (2) '없다'라고 답했다면 세 길이가 같지 않은 삼각형을 하나 그리고 길이를 표시하시오.

기본 5

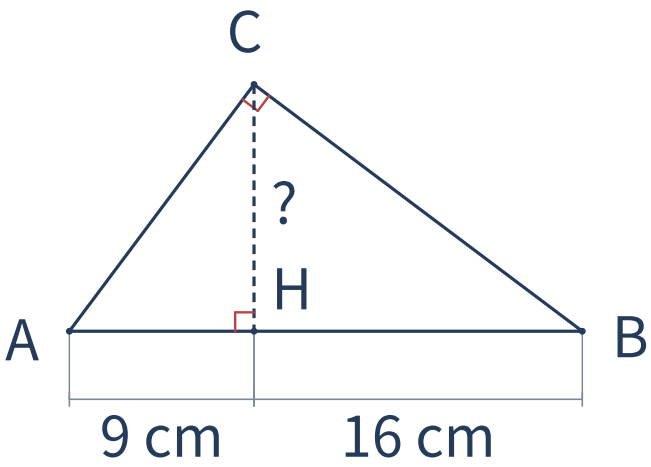
$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$의 길이가 각각 15 cm, 20 cm, 25 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



풀이

기본 6

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



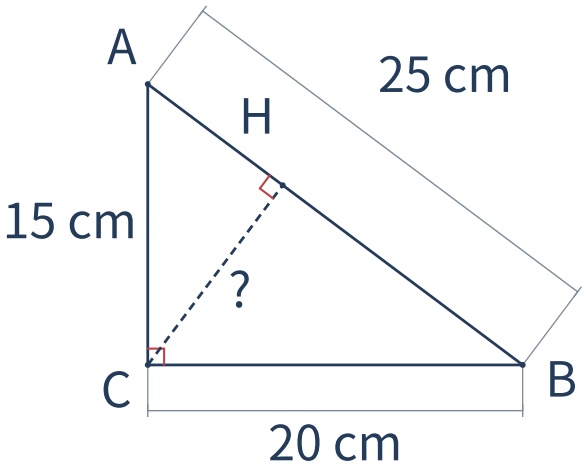
풀이

생각 질문 3

비교할 문제

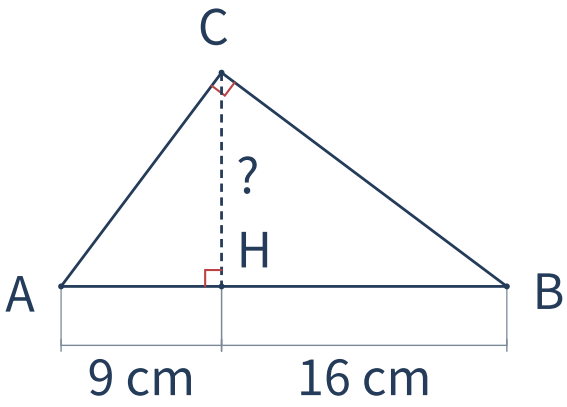
기본 5

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$의 길이가 각각 15 cm, 20 cm, 25 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



기본 6

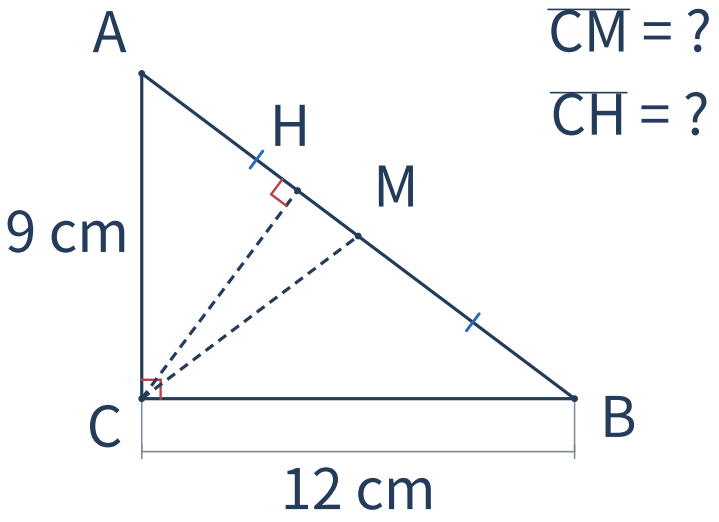
∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



기본 5와 기본 6은 둘 다 $\overline{CH}$의 길이를 구하는 문제이다. (1) 두 문제에서 처음 세운 식을 각각 쓰시오. (2) 두 식이 서로 다른 까닭을, 각 문제에 어떤 길이가 주어졌는지 비교하여 쓰시오.

기본 7

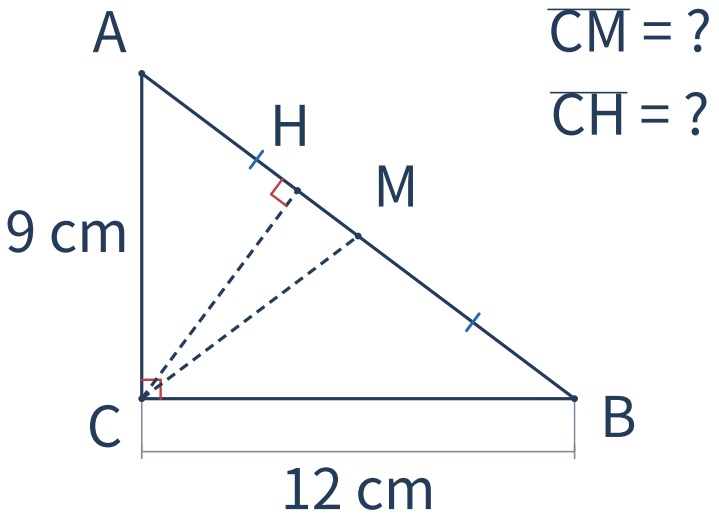
∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CM}$의 길이를 구하시오.



풀이

기본 8

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



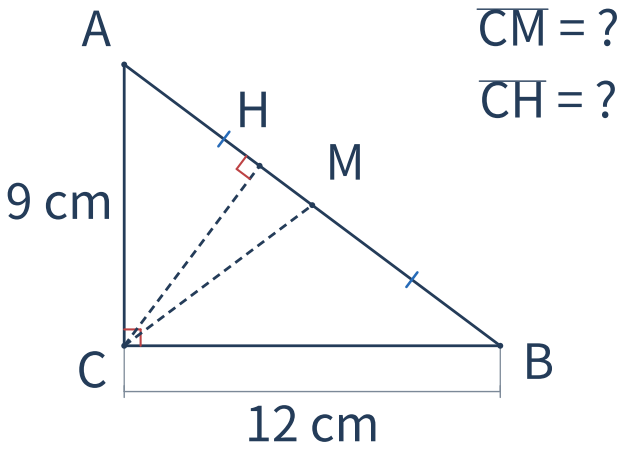
풀이

생각 질문 4

비교할 문제

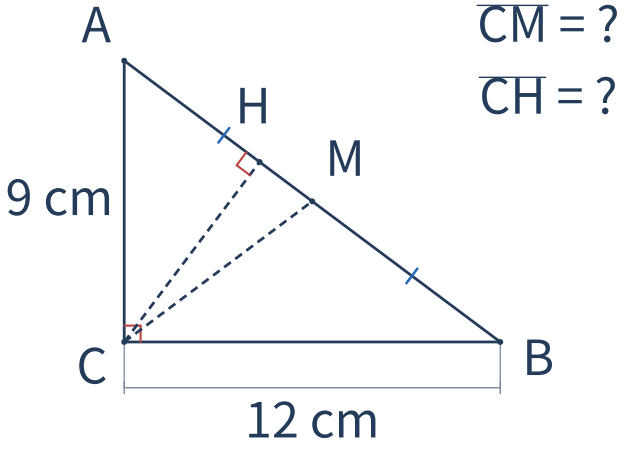
기본 7

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CM}$의 길이를 구하시오.



기본 8

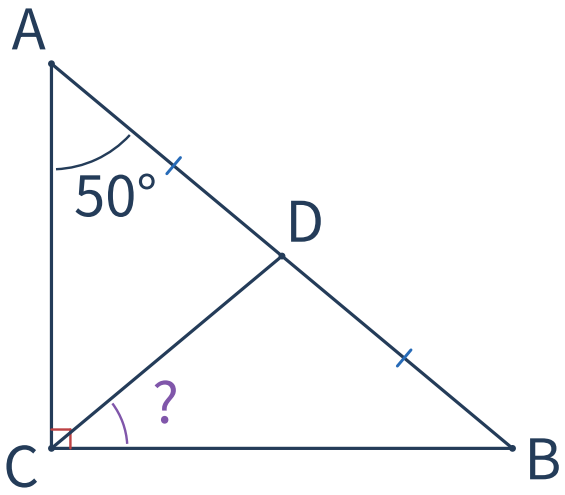
∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



(1) 기본 7과 기본 8에서 $\overline{AB}$의 길이를 구한 다음에 각각 어떤 식을 세웠는지 쓰시오. (2) 기본 8을 풀 때 쓰지 않은 조건이 있다면 무엇인지 쓰고, 그 조건 없이도 풀 수 있었던 까닭을 쓰시오.

기본 9

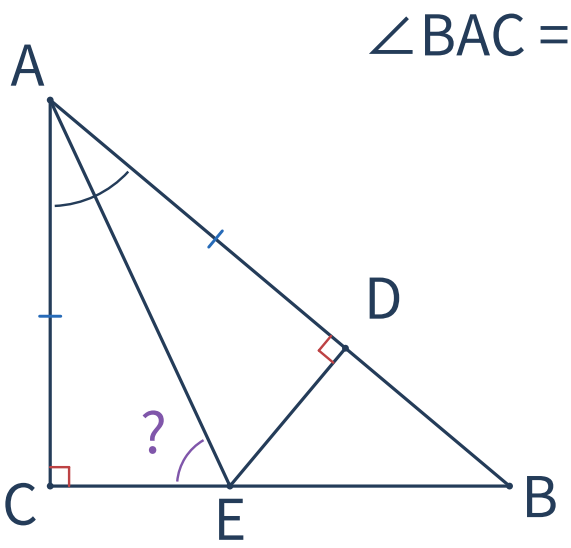
$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 50°$이다. 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이다. $\angle DCB$의 크기를 구하시오.



풀이

기본 10

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 50°$이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD} = \overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle AEC$의 크기를 구하시오.



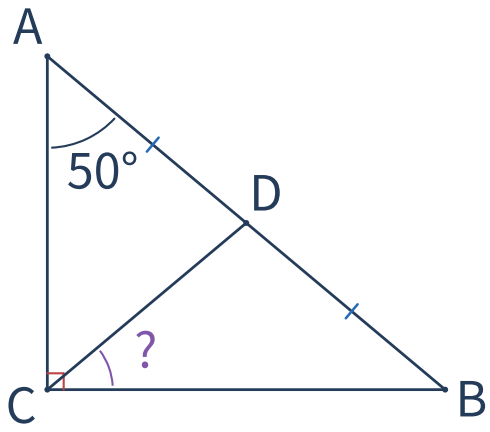
풀이

생각 질문 5

비교할 문제

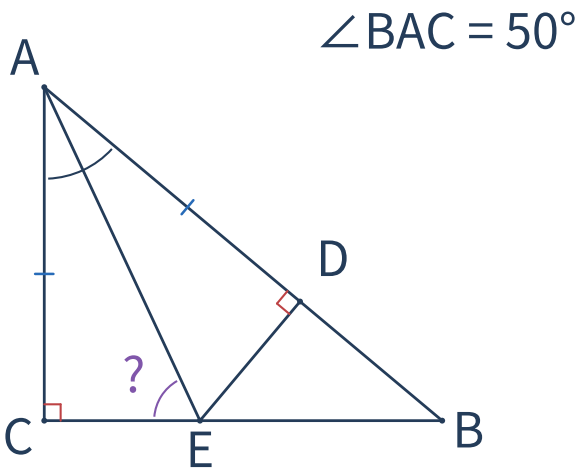
기본 9

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이다. ∠DCB의 크기를 구하시오.



기본 10

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD}$ = $\overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. ∠AEC의 크기를 구하시오.



(1) 두 문제에서 '같다'고 쓴 것(두 선분 또는 두 각)을 각각 쓰고, 왜 같은지 쓰시오. (2) 두 문제는 같은 직각삼각형에서 출발했다. 함께 나온 조건이 어떻게 달랐기에 서로 다른 개념을 떠올렸는지 쓰시오.

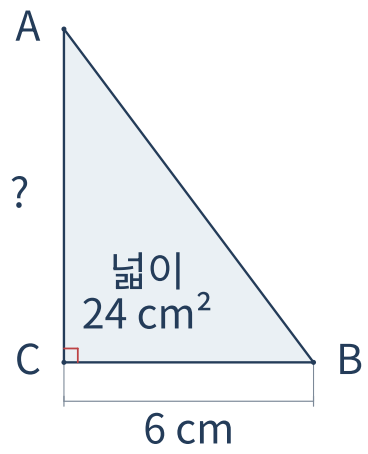
2 기본 문제 풀이와 이유

빈칸 구조도 **기본 1·2 — 같은 변 AC를 구하는데 첫 식은 왜 다를까**

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}$ = 6 cm이고, $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

기본 1 구할 것: $\overline{AC}$의 길이



① 함께 나온 조건

(넓이 / 빗변의 길이)

② 떠올린 개념

(넓이 / 피타고라스 정리)

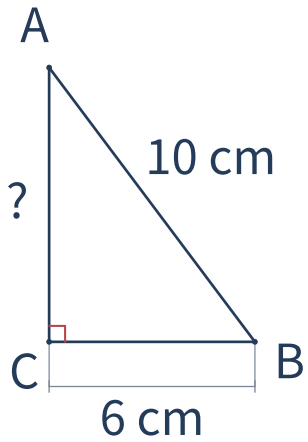
③ 처음 세운 식

$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} =$ _____

④ 답

$\overline{AC}$ = _____ cm

기본 2 구할 것: $\overline{AC}$의 길이



① 함께 나온 조건

(넓이 / 빗변의 길이)

② 떠올린 개념

(넓이 / 피타고라스 정리)

③ 처음 세운 식

$\overline{AC}^2 + 6^2 =$ _____

④ 답

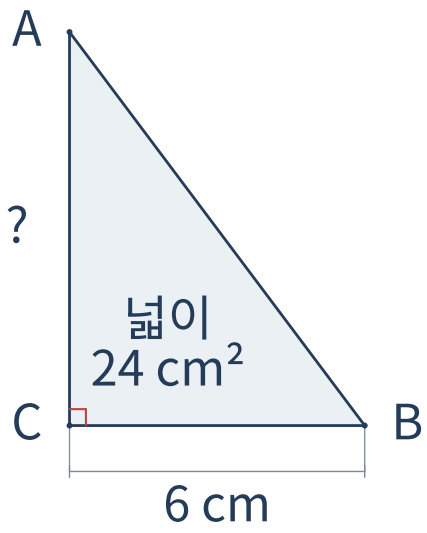
$\overline{AC}$ = _____ cm

두 문제를 비교하면 같은 변을 구해도 넓이가 함께 나오면 (넓이 / 피타고라스 정리)를, 빗변의 길이가 함께 나오면 (넓이 / 피타고라스 정리)를 쓴다.

기본 1 다시 보기 넓이와 한 변으로 높이를 정하기

함께 나온 조건 넓이와 한 변 ⇒ **떠올린 개념** 삼각형의 넓이(밑변 BC에 대한 높이가 $\overline{AC}$)

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 넓이는 24 cm^2이고, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



풀이

$\overline{BC}$와 $\overline{AC}$는 서로 수직이므로, $\overline{BC}$를 밑변으로 보면 $\overline{AC}$는 높이이다. 따라서

$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} = 24$이다.

넓이 식을 정리하면 $\overline{AC} = 8$ (cm)이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 넓이

주어진 값은 넓이 24 cm^2와 변 BC의 길이 6 cm예요. 구할 변 AC가 변 BC에 수직이므로 밑변과 높이를 바로 짝지을 수 있어요.

Q 무엇을 구하고, 아는 값은 어디에 있을까?

구할 것은 선분 AC의 길이예요. 넓이와 선분 BC의 길이를 알고 있고, $\overline{AC}$와 $\overline{BC}$는 서로 수직이에요.

② 떠올린 개념 → 넓이

삼각형의 넓이는 밑변과 그에 수직인 높이의 곱의 절반이에요. 밑변 BC를 알기 때문에 넓이 식에 모르는 길이가 하나만 들어가요.

Q 왜 넓이 관계를 먼저 쓸까?

밑변 BC와 넓이를 알면 높이 $\overline{AC}$를 곧바로 연결할 수 있어요. 피타고라스 정리의 식도 성립하지만, 그 식에는 아직 모르는 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$가 함께 들어가요.

③ 처음 세운 식 → $\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} = 24$

밑변을 6, 높이를 $\overline{AC}$로 놓으면 $\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} = 24$예요.

④ 답 → $\overline{AC} = 8$ cm

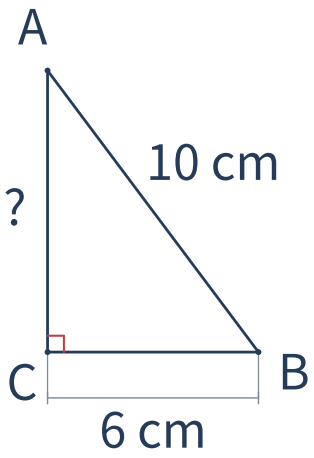
$3 \times \overline{AC} = 24$의 양변을 3으로 나누면 $\overline{AC} = 8$ cm예요.

핵심 연결 넓이와 한 변 → 수직인 밑변·높이 → 넓이 식 → 높이

기본 2 다시 보기 같은 직각삼각형의 두 변 연결하기

함께 나온 조건 빗변과 다른 한 변 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리(직각을 낀 변 구하기)

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



풀이

$\angle C$가 직각이고 $\overline{AB}$가 빗변이므로 $\overline{AC}^2 + 6^2 = 10^2$이다.

식을 정리하면 $\overline{AC}^2 = 64$이다.

길이는 양수이므로 $\overline{AC} = 8$ (cm)이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 빗변의 길이

직각 C의 맞은편인 빗변 AB의 길이가 10 cm이고, 다른 한 변 BC의 길이가 6 cm예요.

② 떠올린 개념 → 피타고라스 정리

세 변 AC, BC, AB가 같은 직각삼각형의 변이므로 피타고라스 정리로 연결해요.

Q 왜 피타고라스 정리를 먼저 쓸까?

같은 직각삼각형의 빗변 AB와 한 변 BC를 알고 있어요. 구할 $\overline{AC}$가 그 삼각형의 나머지 변이므로 세 변을 바로 연결할 수 있어요.

Q 왜 넓이부터 구하지 않을까?

넓이를 구하려면 아직 모르는 높이 $\overline{AC}$가 필요해요. 반면 두 변의 길이는 이미 주어져 있어요.

③ 처음 세운 식 → $\overline{AC}^2 + 6^2 = 10^2$

직각을 낀 두 변의 제곱을 더하면 빗변의 제곱이므로 $\overline{AC}^2 + 6^2 = 10^2$예요.

④ 답 → $\overline{AC} = 8$ cm

$\overline{AC}^2 = 100 - 36 = 64$이고 길이는 양수이므로 $\overline{AC} = 8$ cm예요.

핵심 연결 같은 직각삼각형의 두 변 → 빗변 확인 → 제곱의 차 → 길이

두 문제를 비교하면

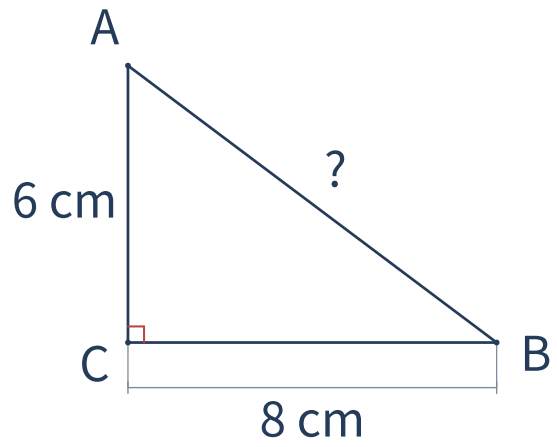
구할 변 AC는 같지만 주어진 값이 달라요. 넓이와 변 BC를 알면 변 AC를 높이로 보고 넓이 식을 세워요. 빗변 AB와 변 BC를 알면 세 변을 피타고라스 정리로 연결해요.

빈칸 구조도 기본 3·4 — 빗변 AB를 구할 때 무엇과 연결할까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 빗변 AB의 길이를 구한다.

기본 3 구할 것: 빗변 AB의 길이



① 함께 나온 조건

(직각을 낀 두 변 / 빗변의 중점)

② 떠올린 개념

(피타고라스 정리 / 외심)

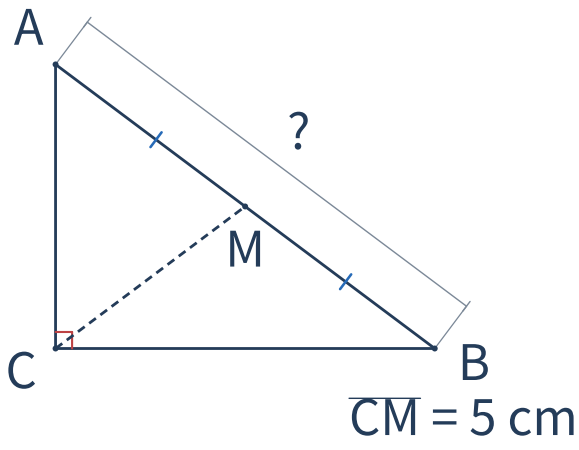
③ 처음 세운 식

$\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 =$ _____

④ 답

$\overline{AB}$ = _____ cm

기본 4 구할 것: 빗변 AB의 길이



① 함께 나온 조건

(직각을 낀 두 변 / 빗변의 중점)

② 떠올린 개념

(피타고라스 정리 / 외심)

③ 처음 세운 식

$\overline{MA} = \overline{MB} =$ _____ $= 5$

④ 답

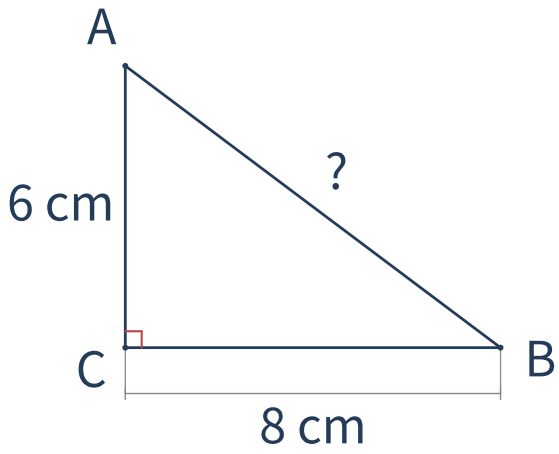
$\overline{AB}$ = _____ cm

두 문제를 비교하면 빗변을 구할 때 직각을 낀 두 변이 함께 나오면 (피타고라스 정리 / 외심)에서, 빗변의 중점이 함께 나오면 (피타고라스 정리 / 외심)에서 출발한다.

기본 3 다시 보기 직각의 맞은편 변 확인하기

함께 나온 조건 직각을 낀 두 변 ⇒ **떠올린 개념** 피타고라스 정리(빗변 구하기)

문제 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 6 cm, $\overline{BC}$의 길이는 8 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이

∠C가 직각이고 직각을 낀 두 변의 길이를 알므로 $\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$이다.

길이는 양수이므로 $\overline{AB} = 10$ (cm)이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 직각을 낀 두 변

주어진 6 cm와 8 cm는 직각 C를 끼고 있는 두 변의 길이예요.

② 떠올린 개념 → 피타고라스 정리

구할 변 AB는 두 변 AC, BC와 같은 직각삼각형에 들어 있으므로 피타고라스 정리를 써요.

③ 처음 세운 식 → $\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

이번에는 빗변을 구하므로 두 제곱을 더해 $\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$을 얻어요. 직각을 낀 변을 구할 때는 빗변의 제곱에서 다른 변의 제곱을 빼요.

Q 어느 변이 빗변일까?

직각 C의 맞은편인 $\overline{AB}$가 빗변이에요. $\overline{AC}$와 $\overline{BC}$는 직각을 낀 두 변이므로 두 제곱을 더해 $\overline{AB}$의 제곱을 구해요.

④ 답 → $\overline{AB}$ = 10 cm

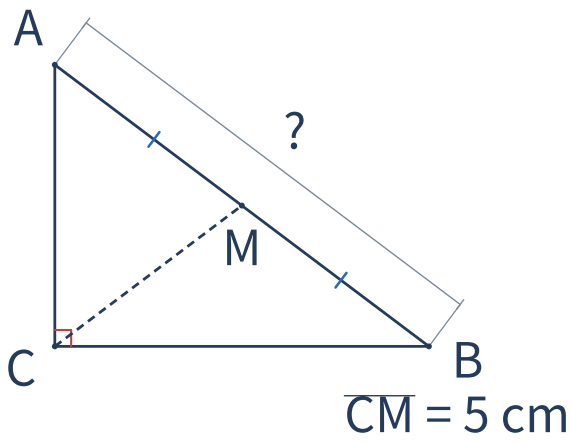
길이는 양수이므로 제곱이 100인 길이는 10 cm예요.

핵심 연결 직각을 낀 두 변 → 빗변 확인 → 두 제곱의 합 → 길이

기본 4 다시 보기 중점이 어느 변 위에 있는지 확인하기

함께 나온 조건 빗변의 중점과 꼭짓점 사이의 거리 ⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 외심
→ 같은 세 거리로 빗변 구하기

문제 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이

∠C가 직각이므로 $\overline{AB}$는 빗변이고, M은 그 중점이다.

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 5$이다.

M이 $\overline{AB}$ 위에 있으므로 $\overline{AB} = \overline{MA} + \overline{MB} = 10$ (cm)이다.

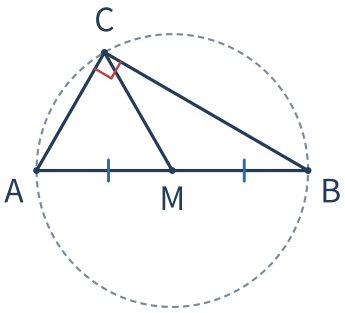
① 함께 나온 조건 → 빗변의 중점

점 M이 중점이라는 말과 $\angle C = 90°$라는 조건을 함께 확인해요. 변 AB는 직각의 맞은편 변이므로 M은 빗변의 중점이에요.

Q 중점이라는 말만으로 세 거리가 같을까?

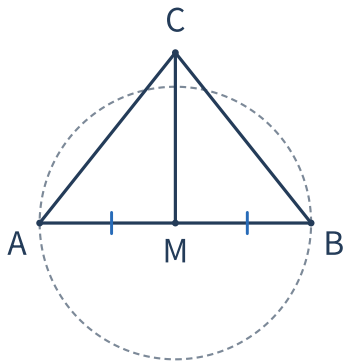
아니에요. 그 중점이 직각삼각형의 빗변의 중점인지까지 확인해야 해요. 여기서는 직각 C의 맞은편 $\overline{AB}$가 빗변이에요.

직각삼각형



$\overline{MC} = 4$ cm, $\overline{AB} = 8$ cm

직각이 없는 이등변삼각형



$\overline{MC} = 5$ cm, $\overline{AB} = 8$ cm

왼쪽은 빗변 AB의 길이가 8 cm인 직각삼각형이에요. 외심 M에서 세 꼭짓점까지의 거리는 모두 4 cm예요. 오른쪽은 밑변 AB가 8 cm이고 그 중점 M에서 C까지의 높이가 5 cm인 이등변삼각형이에요. M이 중점이어도 $\overline{MA} = 4$와 $\overline{MC} = 5$는 달라요. 점선 원은 M을 중심으로 A를 지나는 원이며, 왼쪽의 C만 그 원 위에 있어요.

② 떠올린 개념 → 외심

직각삼각형의 빗변의 중점은 외접원의 중심인 외심이에요. 따라서 M에서 세 꼭짓점까지의 거리가 같아요.

Q 왜 피타고라스 정리부터 쓰지 않을까?

직각을 낀 두 변 AC와 BC의 길이를 모르기 때문이에요. 주어진 $\overline{CM}$을 반지름으로 보아 $\overline{AB}$와 바로 연결하는 편이 좋아요.

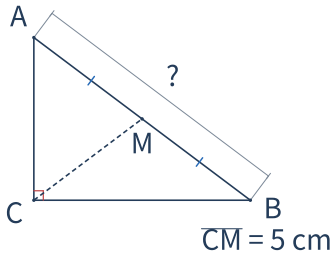
③ 처음 세운 식 → $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 5$

주어진 $\overline{MC} = 5$는 외접원의 반지름이에요. 다른 반지름도 같으므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = 5$예요.

Q 컴퍼스로 그려 보면 왜 세 거리가 같을까?

외심은 삼각형의 외접원의 중심이에요. 외심에서 세 꼭짓점까지의 거리는 반지름이므로 같아요. 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이에요.

그림에서 M에 컴퍼스 바늘을 놓고 A까지 벌려 원을 그린다고 생각해 보세요. M이 외심이므로 B와 C도 그 원 위에 있어요. 세 거리가 모두 같은 반지름이라는 뜻이에요.



기본 4 그림

④ 답 → $\overline{AB} = 10$ cm

M은 선분 AB 위에 있으므로 $\overline{AB} = \overline{MA} + \overline{MB} = 5 + 5 = 10$ cm예요.

핵심 연결 직각과 중점 → 빗변의 중점인지 확인 → 외심의 같은 반지름 → 빗변

두 문제를 비교하면

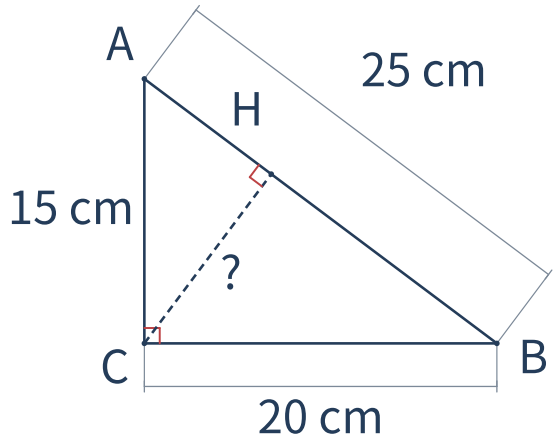
두 문제 모두 빗변을 구해요. 직각을 낀 두 변이 주어졌을 때는 두 제곱의 합으로, 빗변의 중점과 꼭짓점 사이의 거리가 주어졌을 때는 같은 반지름 두 개의 합으로 구해요. 중점이 빗변 위에 있는지 확인해야 외심을 쓸 수 있어요.

빈칸 구조도 기본 5·6 — 같은 높이 CH, 넓이와 닮음 중 무엇을 먼저 볼까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이고, $\overline{CH}$의 길이를 구한다.

기본 5 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



① 함께 나온 조건

(세 변의 길이 / 빗변이 나뉜 두 부분)

② 떠올린 개념

(넓이 / 닮음)

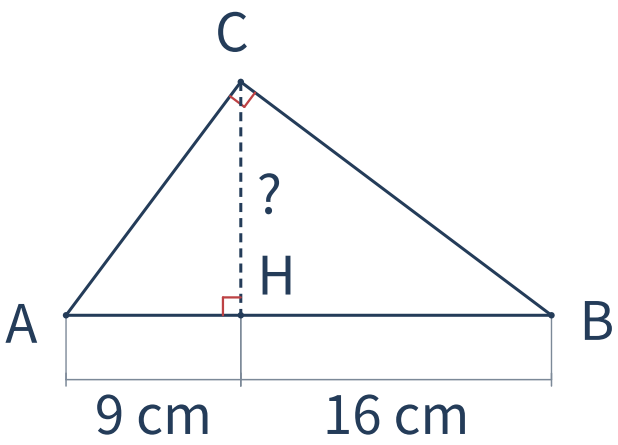
③ 처음 세운 식

$\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times$ _____ $\times \overline{CH}$

④ 답

$\overline{CH}$ = _____ cm

기본 6 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



① 함께 나온 조건

(세 변의 길이 / 빗변이 나뉜 두 부분)

② 떠올린 개념

(넓이 / 닮음)

③ 닮은 두 삼각형(대응 순서대로)과 비례식

△AHC ∽ △_____ 이므로

9 : $\overline{CH}$ = $\overline{CH}$: _____

④ 답

$\overline{CH}$ = _____ cm

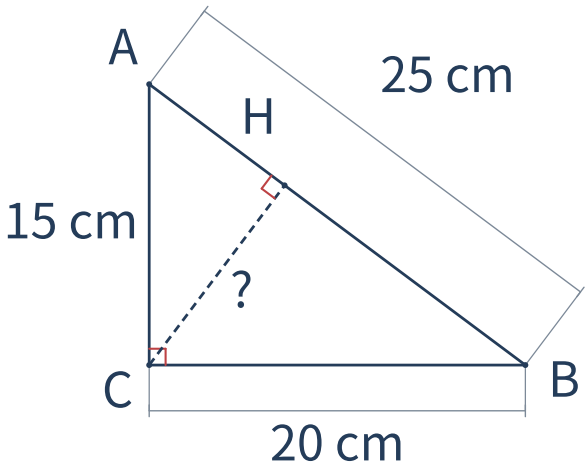
두 문제를 비교하면 높이 $\overline{CH}$를 구할 때 세 변의 길이가 함께 나오면 (같은 넓이의 두 표현 / 닮음의 비례식)에서, 빗변이 나뉜 두 부분이 함께 나오면 (같은 넓이의 두 표현 / 닮음의 비례식)에서 출발한다.

기본 5 다시 보기 같은 넓이를 두 밑변으로 나타내기

함께 나온 조건 빗변에 내린 수선과 세 변

⇒ **떠올린 개념** 삼각형의 넓이(같은 넓이의 두 표현)

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$의 길이가 각각 15 cm, 20 cm, 25 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



풀이

직각을 낀 두 변을 밑변과 높이로 잡으면 넓이는 $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150\,(\text{cm}^2)$이다.

같은 넓이를 $\overline{AB}$와 그에 대한 높이 $\overline{CH}$로 나타내면 $\frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH} = 150$이다.

이 식을 정리하면 $\overline{CH} = 12\,(\text{cm})$이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 세 변의 길이

직각을 낀 두 변과 빗변의 길이가 모두 주어졌어요. 밑변을 어느 변으로 잡는지에 따라 높이의 자리가 달라져요.

② 떠올린 개념 → 넓이

변 BC에 대한 높이는 변 AC이고, 빗변 AB에 대한 높이는 선분 CH예요. 두 표현이 같은 삼각형의 넓이라는 점을 이용해요.

Q 닮음으로도 풀 수 있는데 왜 넓이를 먼저 쓸까?

닮음으로도 풀 수 있어요. 이 문제는 세 변이 모두 주어져 있어서 넓이 식에 바로 넣을 수 있어요. 그래서 여기서는 넓이 식을 먼저 썼어요.

③ 처음 세운 식 → $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH}$

직각을 낀 두 변으로 쓴 넓이 $\frac{1}{2} \times 15 \times 20$과 빗변을 밑변으로 쓴 넓이 $\frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH}$가 같아요.

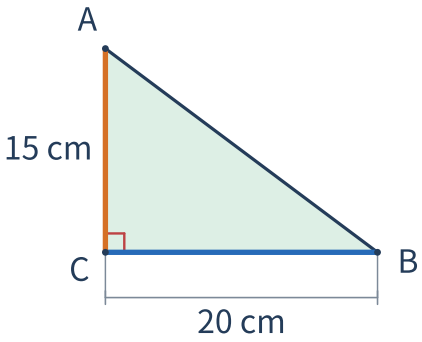
Q 왜 같은 넓이를 두 번 나타낼까?

직각을 낀 두 변은 바로 밑변과 높이로 쓸 수 있어요. 구할 $\overline{CH}$는 $\overline{AB}$에 수직이므로, 같은 넓이를 $\overline{AB}$와 $\overline{CH}$로 나타내면 아는 값과 구할 값을 연결할 수 있어요.

Q 같은 넓이를 어떻게 두 번 나타냈을까?

변 AC와 BC는 서로 수직이므로 밑변과 높이로 짝지을 수 있어요. 빗변 AB를 밑변으로 잡으면 높이는 선분 CH예요. 같은 삼각형이므로 $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH}$가 성립해요.

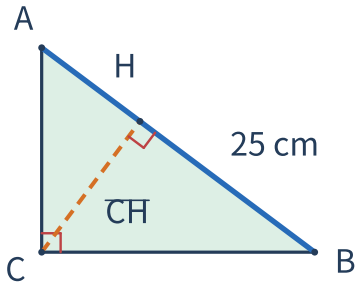
직각을 낀 두 변으로



$\frac{1}{2} \times 15 \times 20$

=

빗변 AB와 높이 CH로

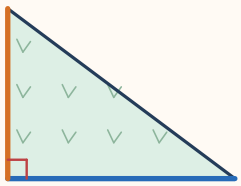


$\frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH}$

비유 같은 땅을 두 가지로 재기

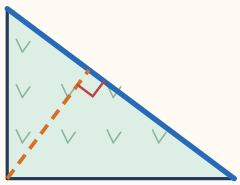
같은 삼각형 모양의 땅을 두 번 잰다고 생각해요. 어느 변을 밑변으로 정하든 그 변에 수직인 높이를 짝지어 계산하면 땅의 넓이는 같아요.

직각을 낀 두 변으로 잰 넓이



=

빗변과 그 높이로 잰 넓이



④ 답 → $\overline{CH} = 12\,cm$

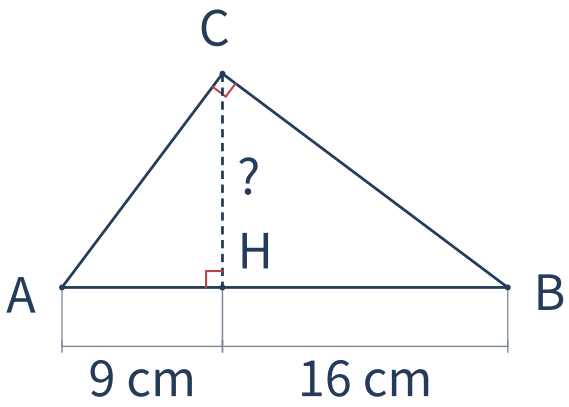
$150 = 12.5 \times \overline{CH}$를 풀면 $\overline{CH} = 12\,cm$예요.

핵심 연결 세 변과 수선 → 두 밑변에 대한 높이 → 같은 넓이의 두 표현 → 높이

기본 6 다시 보기 같은 각에서 대응변의 비로 연결하기

함께 나온 조건 빗변에 내린 수선이 나눈 두 부분 ⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 닮음
→ 대응변의 비례식

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



풀이

$\angle AHC$와 $\angle CHB$가 모두 직각이고 $\angle CAH$와 $\angle BCH$가 같으므로 $\triangle AHC \backsim \triangle CHB$이다.

대응변의 비가 같으므로 $9 : \overline{CH} = \overline{CH} : 16$이다.

비례식을 정리하면 $\overline{CH}^2 = 144$이다.

길이는 양수이므로 $\overline{CH} = 12\,(cm)$이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 빗변이 나뉜 두 부분

알고 있는 9 cm와 16 cm는 빗변 AB가 H에서 나뉜 두 부분의 길이예요. 전체 삼각형의 직각을 낀 두 변의 길이는 아직 몰라요.

Q 피타고라스 정리를 바로 한 번 쓰면 될까?

$\overline{AH}$와 $\overline{HB}$는 서로 다른 작은 직각삼각형에 들어 있어요. $\overline{CH}$를 연결하려면 여러 식을 잇거나 두 삼각형의 닮음을 확인해야 해요.

② 떠올린 개념 → 닮음

두 작은 삼각형 AHC, CHB는 직각을 하나씩 가져요. 나머지 각도 한 쌍 같다는 사실을 확인하면 닮음으로 주어진 두 부분과 높이를 연결할 수 있어요.

③ 닮은 두 삼각형(대응 순서대로)과 비례식 → $\triangle AHC \backsim \triangle CHB$, $9 : \overline{CH} = \overline{CH} : 16$

$\angle AHC = \angle CHB = 90°$이고 $\angle CAH = \angle BCH$이므로 AA 닮음이에요. 대응은 A↔C, H↔H, C↔B이며, $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{HC} : \overline{HB}$에 수치를 넣으면 $9 : \overline{CH} = \overline{CH} : 16$이에요.

Q 비례식을 세우기 전에 무엇을 확인할까?

같은 각을 확인하고, 그 각의 맞은편 변끼리 대응시켜야 해요. 그림에서 같은 방향으로 보인다는 이유만으로 짝을 정하지 않아요.

Q 어떤 각과 변이 대응할까?

∠AHC와 ∠CHB는 모두 직각이에요. 또 삼각형 ABC와 삼각형 CHB에서 각각 다음을 알 수 있어요.

$$\angle CAH + \angle ABC = 90°$$

$$\angle BCH + \angle ABC = 90°$$

같은 각과 더하여 90°가 되므로 ∠CAH와 ∠BCH는 같아요. 따라서 두 삼각형은 AA 닮음이에요.

$$\triangle AHC \backsim \triangle CHB$$

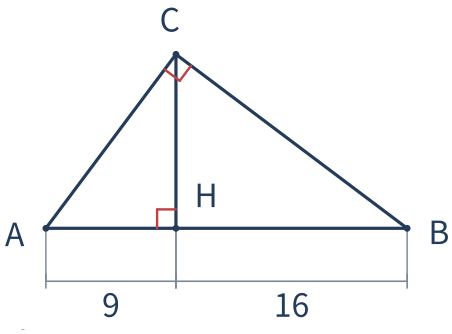
같은 색 점은 같은 크기의 각을 나타내요. 두 작은 삼각형은 같은 각의 꼭짓점들이 같은 위치에 오도록 놓았어요. 삼각형을 돌려 놓아도 각의 크기와 변의 길이는 바뀌지 않아요. 가로에 놓였다는 이유가 아니라 **각의 대응을 확인했기 때문에** 다음과 같이 변을 짝지을 수 있어요.

삼각형 AHC의 꼭짓점과 변	삼각형 CHB의 대응하는 꼭짓점과 변
A, H, C	C, H, B
$\overline{AH}$	$\overline{CH}$
$\overline{HC}$	$\overline{HB}$
$\overline{AC}$	$\overline{CB}$

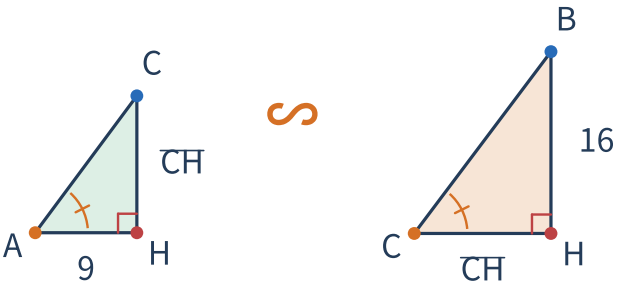
$$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB}$$

따라서 $\overline{CH}$의 길이의 제곱은 9×16, 즉 144이고, 길이는 양수이므로 $\overline{CH}$의 길이는 12 cm예요. 이 관계는 닮음의 대응에서 나온 것이에요.

삼각형 ABC와 높이 CH



삼각형 AHC ∽ 삼각형 CHB

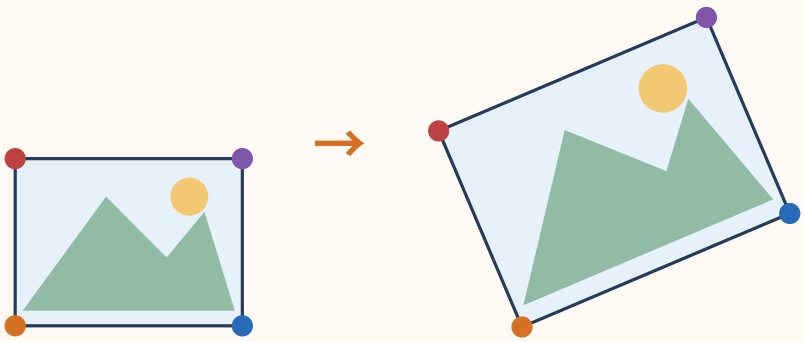


(단위: cm)

비유 **사진을 돌려 맞추기**

사진을 확대하거나 돌려도 사진 속 부분끼리의 짝은 바뀌지 않아요. 두 사진의 방향을 맞추듯 같은 각의 꼭짓점을 맞추면 대응변을 찾기 쉬워요. 닮음을 판단하는 근거는 모양의 인상이 아니라 같은 각과 대응변이에요.

처음 사진 → 확대하고 돌린 사진

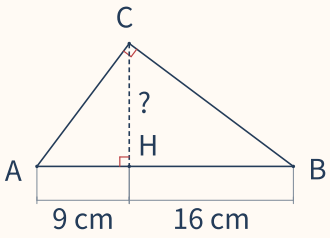


④ 답 → $\overline{CH} = 12\,cm$

$\overline{CH}^2 = 9 \times 16 = 144$예요. 길이는 양수이므로 $\overline{CH} = 12\,cm$예요.

다른 풀이

피타고라스 정리를 쓰려면 두 작은 직각삼각형과 전체 직각삼각형의 식을 함께 연결해요. $\overline{AB} = 9 + 16 = 25$이므로 다음 세 식이 성립해요.



기본 6 그림

$$\overline{AC}^2 = 9^2 + \overline{CH}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 16^2 + \overline{CH}^2$$

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 25^2$$

두 작은 삼각형의 식을 전체 삼각형의 식에 넣으면 $81 + 256 + 2\overline{CH}^2 = 625$예요. 따라서 $\overline{CH}^2 = 144$이고 $\overline{CH} = 12\,\text{cm}$예요.

핵심 연결 빗변이 나뉜 두 부분 → 같은 각·대응변 → 닮음의 비례식 → 높이

두 문제를 비교하면

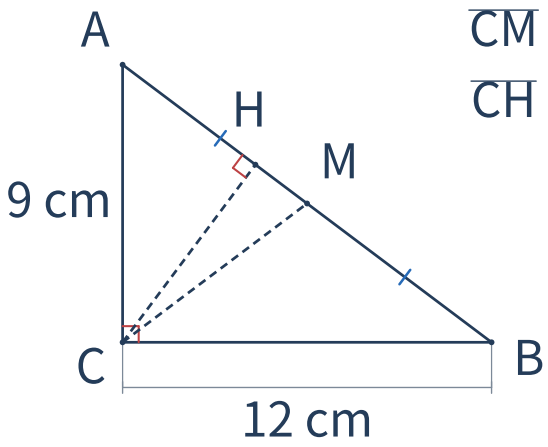
세 변을 알면 넓이를 바로 계산한 뒤 빗변을 밑변으로 바꾸어 높이를 구해요. 빗변이 나뉜 두 부분만 알 때는 넓이를 바로 모르므로, 두 작은 삼각형의 같은 각과 대응변을 확인하여 닮음의 비례식을 세워요.

빈칸 구조도 기본 7·8 — 조건은 같고 구할 것만 바뀌면

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = 9$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm이고, M은 $\overline{AB}$의 중점, H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다.

기본 7 구할 것: $\overline{CM}$의 길이



$\overline{CM} = ?$

$\overline{CH} = ?$

① 먼저 구한 길이

$\overline{AB}$ = _____ cm

② 구할 선분과 이어지는 조건

(중점 M / 수선의 발 H)

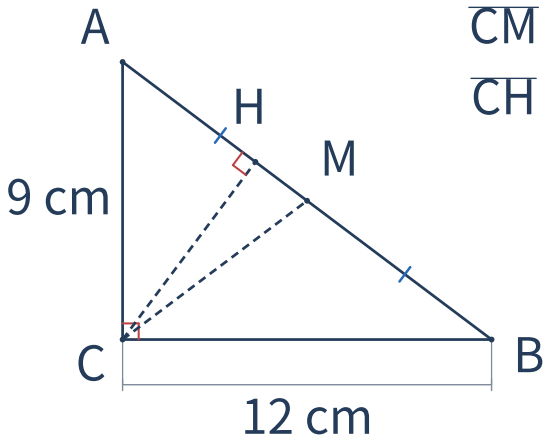
③ 떠올린 개념

(외심 / 넓이)

④ 답

$\overline{CM}$ = _____ cm

기본 8 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



$\overline{CM} = ?$

$\overline{CH} = ?$

① 먼저 구한 길이

$\overline{AB}$ = _____ cm

② 구할 선분과 이어지는 조건

(중점 M / 수선의 발 H)

③ 떠올린 개념

(외심 / 넓이)

④ 답

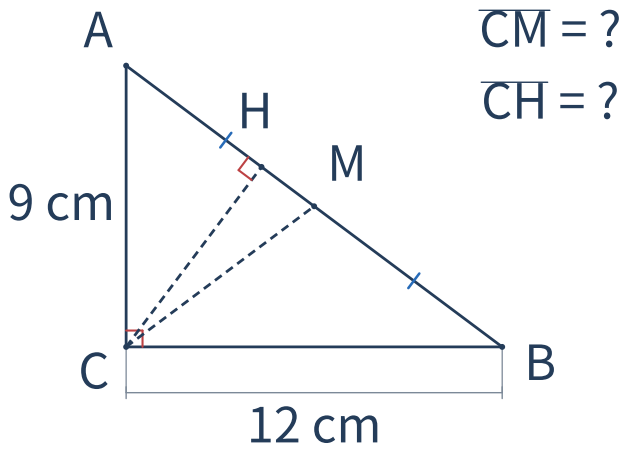
$\overline{CH}$ = _____ cm

두 문제를 비교하면 조건이 같아도 구할 선분이 바뀌면 쓰는 조건이 바뀐다. $\overline{CM}$에는 (중점 M / 수선의 발 H) 조건을, $\overline{CH}$에는 (중점 M / 수선의 발 H) 조건을 쓴다.

기본 7 다시 보기 빗변을 구한 뒤 외심으로 연결하기

함께 나온 조건 직각을 낀 두 변과 빗변의 중점 ⇒ **떠올린 개념** 피타고라스 정리
→ 직각삼각형의 외심

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CM}$의 길이를 구하시오.



풀이

$\angle C$가 직각이므로 $\overline{AB}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$이다.

길이는 양수이므로 $\overline{AB} = 15\,(\text{cm})$이다.

M은 빗변 AB의 중점이므로 $\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 7.5\,(\text{cm})$이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 먼저 구한 길이 → $\overline{AB} = 15$ cm

두 변 AC, BC를 피타고라스 정리로 연결하면 $\overline{AB}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$예요. 따라서 빗변의 길이는 15 cm예요.

② 구할 선분과 이어지는 조건 → 중점 M

구할 선분 CM의 끝점 M은 빗변 AB의 중점이에요. 수선의 발 H는 이 거리 계산에 필요하지 않아요.

Q 중점이면 언제나 외심일까?

어느 변의 중점인지 확인해야 해요. 여기서는 직각 C의 맞은편인 $\overline{AB}$의 중점이므로 외심을 쓸 수 있어요.

③ 떠올린 개념 → 외심

M이 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$예요.

Q $\overline{CM}$의 길이를 $\overline{AB}$의 길이로 어떻게 나타낼까?

M은 빗변 AB의 중점이고 직각삼각형의 외심이에요. 그래서 $\overline{CM}$은 반지름이고, $\overline{AB}$의 절반과 같아요. 그러니 먼저 $\overline{AB}$의 길이를 구해야 해요.

④ 답 → $\overline{CM} = 7.5$ cm

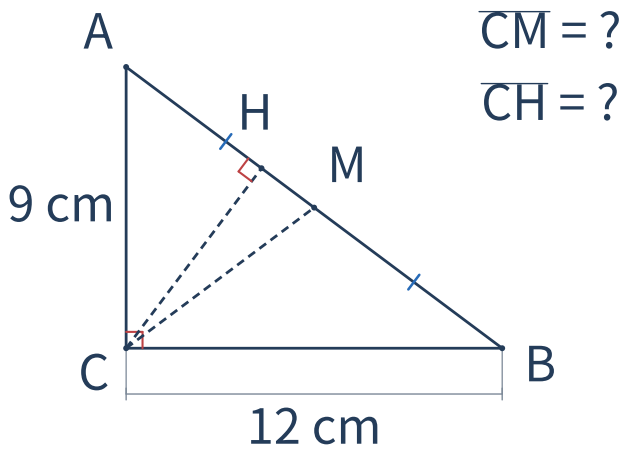
빗변의 절반을 계산하면 $\overline{CM} = 15 \div 2 = 7.5$ cm예요.

핵심 연결 직각을 낀 두 변 → 피타고라스 정리 → 빗변의 중점과 외심 → 반지름

기본 8 다시 보기 빗변을 구한 뒤 넓이로 연결하기

함께 나온 조건 직각을 낀 두 변과 빗변에 내린 수선 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리 → 삼각형의 넓이(같은 넓이의 두 표현)

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



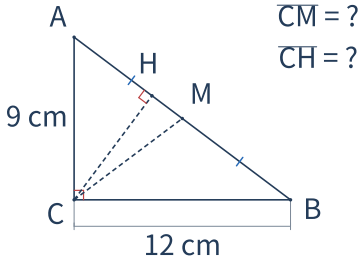
풀이

먼저 같은 직각삼각형의 두 변으로 $\overline{AB}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$를 얻는다.

길이는 양수이므로 $\overline{AB} = 15\,(\text{cm})$이다.

같은 넓이를 두 번 나타내면 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{CH}$이다.

이 식을 정리하면 $\overline{CH} = 7.2\,(\text{cm})$이다.



기본 8 그림

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 먼저 구한 길이 → $\overline{AB} = 15$ cm

큰 직각삼각형에서 $\overline{AB}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$이므로 $\overline{AB} = 15$ cm예요.

② 구할 선분과 이어지는 조건 → 수선의 발 H

구할 선분 CH는 빗변 AB에 수직인 높이예요. 따라서 중점 M보다 수선의 발 H라는 조건을 사용해요.

Q M이 중점이라는 조건은 꼭 필요할까?

이 넓이 풀이에는 필요하지 않아요. $\overline{CM}$을 구할 때는 중점 조건이 필요하지만, $\overline{CH}$는 밑변 AB에 대한 높이이므로 같은 넓이의 두 표현으로 구해요.

③ 떠올린 개념 → 넓이

같은 넓이를 두 번 나타내면 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{CH}$예요.

Q $\overline{CH}$는 어느 변에 수직이고, 어떤 식을 세울까?

선분 CH는 빗변 AB에 수직이므로 밑변 AB에 대한 높이예요. $\overline{AB} = 15$ cm이므로 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{CH}$로 같은 넓이를 연결해요.

④ 답 → $\overline{CH} = 7.2$ cm

$54 = 7.5 \times \overline{CH}$를 풀면 $\overline{CH} = 7.2$ cm예요.

핵심 연결 직각을 낀 두 변 → 빗변 → 같은 넓이의 두 표현 → 높이

두 문제를 비교하면

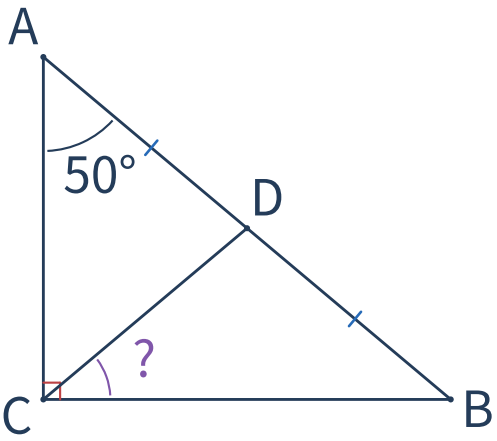
두 문제 모두 피타고라스 정리로 $\overline{AB} = 15$를 먼저 구해요. 선분 CM은 외심에서 꼭짓점까지의 거리라 빗변의 절반을 쓰고, 선분 CH는 빗변에 대한 높이라 같은 넓이의 두 표현을 써요. 높이를 구하는 데에는 M이 중점이라는 조건이 필요하지 않아요.

빈칸 구조도 기본 9·10 — 같은 직각삼각형, 함께 나온 조건이 다르면

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다.

기본 9 구할 것: ∠DCB의 크기



① 함께 나온 조건

(빗변의 중점 / 빗변이 같은 두 직각삼각형)

② 떠올린 개념

(외심 / 합동)

③ 같아진 두 선분

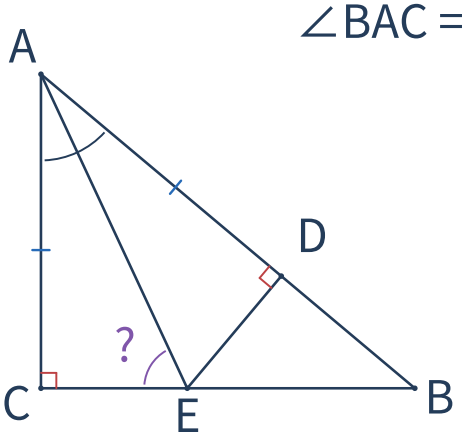
△DBC에서 $\overline{DB}$ = _____

④ 답

∠DCB = _____ °

기본 10 구할 것: ∠AEC의 크기

∠BAC = 50°



① 함께 나온 조건

(빗변의 중점 / 빗변이 같은 두 직각삼각형)

② 떠올린 개념

(외심 / 합동)

③ 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건

△ACE ≡ △_____

(RHA / RHS) 합동

④ 답

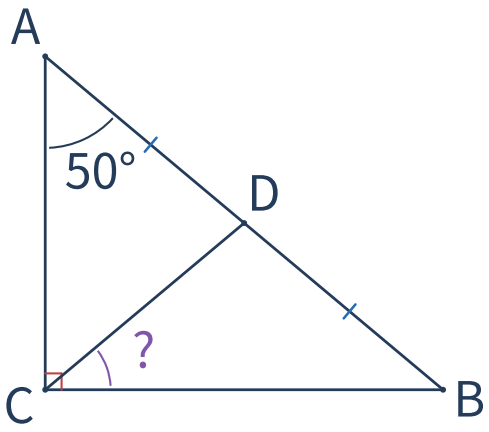
∠AEC = _____ °

두 문제를 비교하면 똑같이 직각삼각형이 나와도 빗변의 중점이 함께 나오면 (외심 / 합동)을, 빗변이 같은 두 직각삼각형이 함께 나오면 (외심 / 합동)을 떠올린다.

기본 9 다시 보기 빗변의 중점에서 같은 두 반지름 찾기

함께 나온 조건 빗변의 중점 ⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 외심 → 이등변삼각형의 두 밑각

문제 ∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이다. ∠DCB의 크기를 구하시오.



풀이

D는 직각삼각형 ABC의 빗변 AB의 중점이므로 외심이다. 따라서 $\overline{DB} = \overline{DC}$이고 삼각형 DBC는 이등변삼각형이다. ∠DBC = 90° − 50° = 40°이므로 ∠DCB = 40°이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 빗변의 중점

∠C = 90°이므로 변 AB는 빗변이에요. 점 D가 그 빗변의 중점이라는 조건을 사용해요.

② 떠올린 개념 → 외심

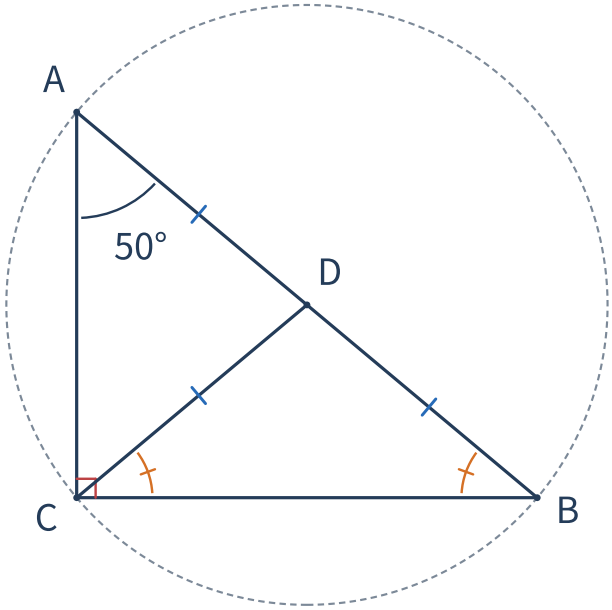
빗변의 중점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이에요. 외심에서 세 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름이므로 같아요.

③ 같아진 두 선분 → $\overline{DB} = \overline{DC}$

같은 반지름 중 $\overline{DB} = \overline{DC}$를 고르면 목표 각 DCB가 들어 있는 삼각형 DBC가 이등변삼각형이 돼요.

Q D는 $\overline{AB}$의 중점일 뿐인데 왜 C까지의 거리도 같을까?

∠C = 90°이므로 선분 AB는 빗변이에요. 빗변의 중점은 외심이어서 D를 중심으로 A를 지나는 원이 B, C도 지나가요. 따라서 $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$는 모두 같은 원의 반지름이에요.



④ 답 → ∠DCB = 40°

∠DBC = 90° − 50° = 40°예요. 두 밑각이 같으므로 ∠DCB = 40°예요.

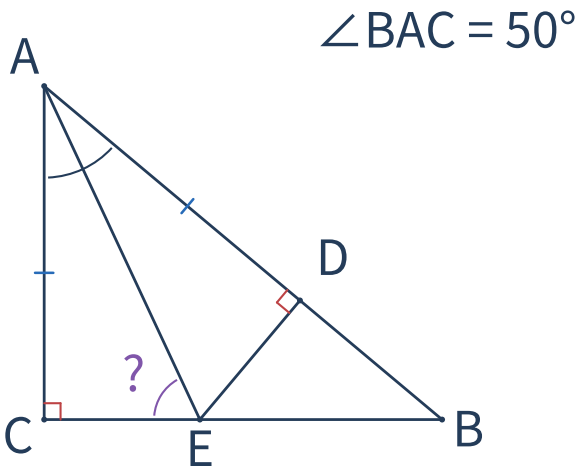
핵심 연결 직각과 빗변의 중점 → 외심의 같은 반지름 → 이등변삼각형의 두 밑각 → 목표 각

기본 10 다시 보기 같은 빗변과 다른 한 변으로 합동 찾기

함께 나온 조건 빗변 AE를 함께 가진 두 직각삼각형($\overline{AC}=\overline{AD}$)

⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 합동(RHS) → 같은 두 각

문제 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle BAC=50°$이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD}=\overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle AEC$의 크기를 구하시오.



풀이

두 직각삼각형 ACE, ADE는 빗변 AE가 공통이고 $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로 RHS 합동이다. 따라서 $\angle CAE=\angle DAE=50°\div 2=25°$이다. 삼각형 ACE에서 $\angle AEC=90°-25°=65°$이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸

① 함께 나온 조건 → 빗변이 같은 두 직각삼각형

C와 D에서의 직각을 확인하면 삼각형 ACE, ADE는 빗변 AE를 함께 가진 직각삼각형이에요. 다른 한 변의 길이도 $\overline{AC}=\overline{AD}$로 같아요.

Q 왜 삼각형 ACE와 ADE를 비교할까?

선분 AE의 양쪽에 C와 D의 직각이 있어요. 따라서 두 삼각형은 같은 선분 AE를 빗변으로 가지며, 주어진 $\overline{AC}=\overline{AD}$를 대응변의 조건으로 사용할 수 있어요.

② 떠올린 개념 → 합동

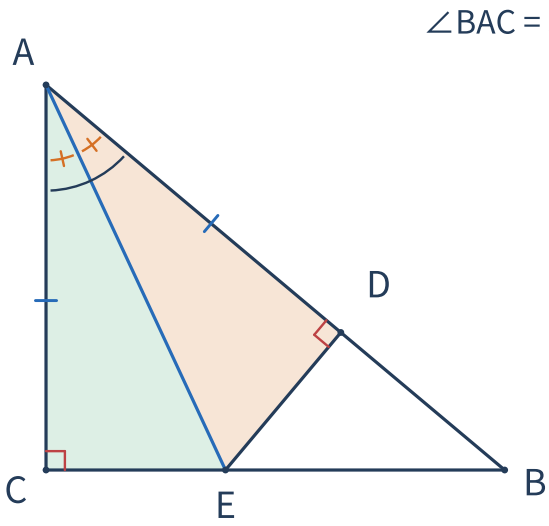
두 직각삼각형의 빗변과 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동을 사용할 수 있어요.
합동이면 대응하는 각의 크기도 같아요.

③ 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건 → △ACE ≡ △ADE, RHS 합동

대응은 A↔A, C↔D, E↔E예요. 따라서 △ACE ≡ △ADE이고 ∠CAE = ∠DAE예요.

Q RHA 합동일까, RHS 합동일까?

현재 같은 것은 공통 빗변 AE와 다른 한 변 AC, AD이므로 RHS 합동이에요. 한 예각이 같다는 사실은 아직 조건으로 주어지지 않았어요. ∠CAE = ∠DAE는 합동을 확인한 뒤 얻는 결론이에요.



④ 답 → ∠AEC = 65°

두 각을 합하면 50°이므로 각각 25°예요. 직각삼각형 ACE에서 ∠AEC = 90° − 25° = 65°예요.

핵심 연결 공통 빗변과 같은 한 변 → 두 직각삼각형의 RHS 합동 → 같은 두 각 → 목표 각

두 문제를 비교하면

같은 직각삼각형이어도 빗변의 중점이 함께 나오면 외심으로 같은 두 거리를 얻어요. 같은 한 변과 수선이 함께 나오면 빗변 AE를 함께 가진 두 직각삼각형의 합동으로 같은 두 각을 얻어요. 어떤 조건이 추가되었는지에 따라 첫 개념이 달라져요.

3 조건 개념 지도

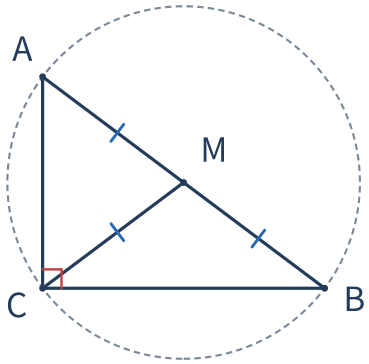
도구 1 직각삼각형의 외심

무엇을 확인할까? 직각은 어느 꼭짓점에 있나요? 중점이 빗변 위에 있나요? 그 중점과 꼭짓점 사이의 거리로 빗변을 구할 수 있나요?

외심은 세 꼭짓점을 지나는 원의 중심이에요. 직각삼각형에서 $\angle C = 90°$이고 M이 빗변 AB의 중점이면 M이 외심이므로 다음과 같아요.

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

M에 컴퍼스 바늘을 놓고 A까지 벌려 원을 그으면 B와 C도 같은 원 위에 있어요. 세 길이는 같은 원의 반지름이에요. 중점이라는 말만으로는 세 거리가 같다고 할 수 없어요.



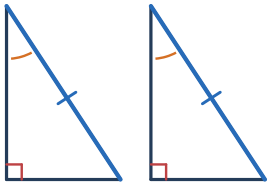
도구 2 직각삼각형의 합동

무엇을 확인할까? 비교할 두 삼각형이 모두 직각삼각형인가요? 두 빗변의 길이가 같은가요? 한 예각의 크기가 같은가요(RHA)? 다른 한 변의 길이가 같은가요(RHS)?

두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 RHA 합동이고, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 RHS 합동이에요. 합동인 두 삼각형의 대응하는 변의 길이와 각의 크기는 같아요.

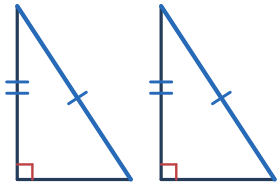
빗변이 아닌 두 변, 즉 직각을 낀 두 변이 같을 때는 RHS가 아니라 SAS 합동이에요.

RHA 합동



빗변과 한 예각이 같다

RHS 합동



빗변과 다른 한 변이 같다

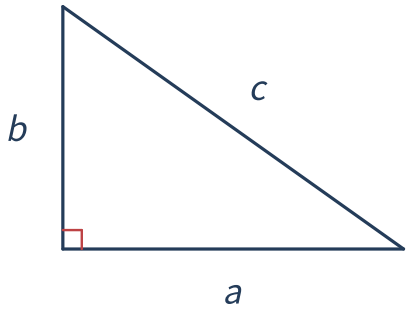
도구 3 피타고라스 정리

무엇을 확인할까? 어느 삼각형이 직각삼각형인가요? 알고 있는 두 변과 구할 변이 같은 직각삼각형에 있나요? 구할 변이 빗변인가요, 직각을 낀 변인가요?

직각을 낀 두 변의 길이가 a, b이고 빗변의 길이가 c이면 다음과 같아요.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

모르는 길이가 둘이면 이 식 하나만으로 두 길이를 각각 결정할 수 없어요. 직각 표시가 없으면 먼저 직각을 확인해요. 예를 들어 이등변삼각형의 꼭짓점과 밑변의 중점을 이은 선분은 밑변에 수직이에요.



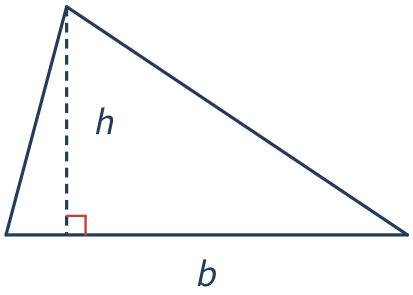
도구 4 삼각형의 넓이

무엇을 확인할까? 주어진 넓이와 한 변을 연결할 수 있나요? 구할 선분은 그 변에 수직인 높이인가요? 같은 삼각형의 넓이를 다른 밑변과 높이로 나타낼 수 있나요?

밑변의 길이를 b, 그에 대한 높이를 h, 넓이를 S라 하면 다음과 같아요.

$$S = \frac{1}{2}bh$$

밑변을 바꾸면 높이도 그 밑변에 수직인 길이로 바꿔야 해요. 같은 삼각형의 넓이 자체는 변하지 않아요.



도구 5 직각삼각형의 닮음

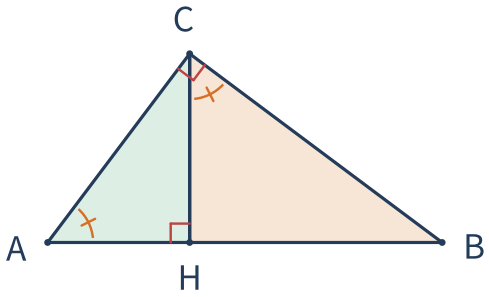
무엇을 확인할까? 비교할 삼각형은 어느 것인가요? 같은 각 두 쌍을 찾았나요? 같은 각의 꼭짓점을 어떤 순서로 대응시켰나요?

$\angle C = 90°$이고 H가 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발이면 $\angle AHC = \angle CHB = 90°$예요. 또 $\angle CAH$와 $\angle BCH$는 모두 $90° - \angle B$이므로 같아요. 따라서 AA 닮음에서 대응변의 비가 같아요.

$$\triangle AHC \backsim \triangle CHB$$

$$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB}$$

그림의 방향이 비슷해 보인다는 이유로 대응변을 정하지 않아요.



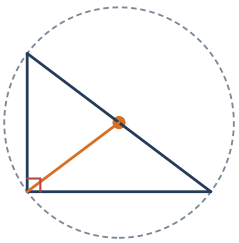
조건 개념 지도

직각삼각형이 보이면

함께 나온 조건은 무엇인가? 그 조건이 떠올리게 하는 개념은 무엇인가?

식의 문자: $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 M은 빗변 AB의 중점, H는 꼭짓점 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발이다.

1



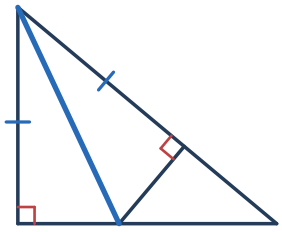
함께 나온 조건 빗변의 중점

→ **직각삼각형의 외심**

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$(빗변의 절반) — 같은 두 변이 생기면 두 밑각도 같다

기본 4 · 기본 7 · 기본 9

2



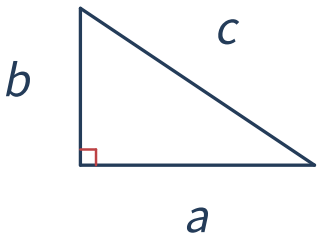
함께 나온 조건 빗변이 같은 두 직각삼각형

→ **직각삼각형의 합동**

빗변과 한 예각 → RHA 합동, 빗변과 다른 한 변 → RHS 합동 — 대응하는 변·각이 같다

기본 10

3



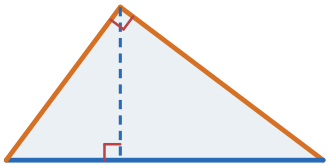
함께 나온 조건 같은 직각삼각형의 두 변

→ **피타고라스 정리**

$a^2 + b^2 = c^2$ (c는 직각의 맞은편 변) — 직각 표시가 없으면 직각부터 확인한다

기본 2 · 기본 3 · 기본 7 · 기본 8 · 기본 6 다른 풀이

4



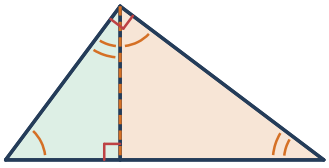
함께 나온 조건 넓이, 또는 한 변에 수직인 높이

→ **삼각형의 넓이**

$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CH}$ — 밑변을 바꿔도 넓이는 같다

기본 1 · 기본 5 · 기본 8

5



함께 나온 조건 빗변에 내린 수선이 나눈 두 부분

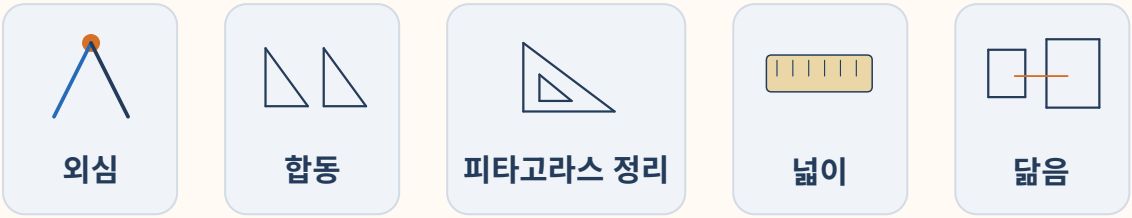
→ **직각삼각형의 닮음**

$\triangle AHC \backsim \triangle CHB$ (AA 닮음) → $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB}$

기본 6

비유 **공구함에서 공구 고르기**

공구가 여러 개 있어도 작업에 맞는 공구를 골라야 해요. 수학에서도 함께 나온 조건이 어떤 개념의 성립 조건에 맞는지 확인하고, 그 개념으로 주어진 값과 구할 값을 연결해요. 작업 중 공구를 바꾸듯, 풀이에서도 새로 얻은 값을 다음 개념에 이어 쓸 수 있어요.



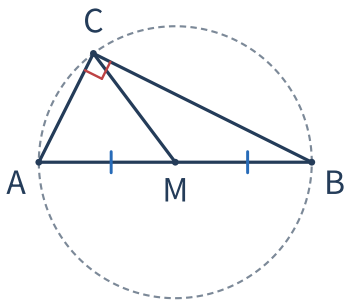
답이 안 나오면

직각은 처음부터 표시될 수도 있고 이등변삼각형의 성질이나 합동에서 알아낼 수도 있어요. 어느 삼각형이 직각인지, 주어진 길이와 구할 길이가 그 삼각형 안에 함께 있는지 먼저 확인해요.

구할 것 → 아는 값의 위치 → 성립 조건을 확인한 개념 → 첫 식 → 계산과 답

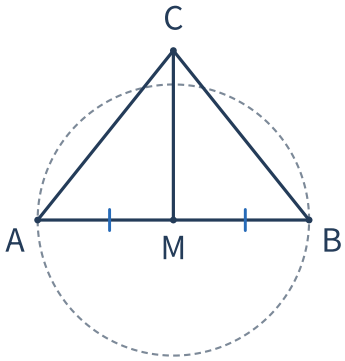
중점이라는 말만으로 외심을 사용할 수는 없어요. 왼쪽은 직각삼각형의 빗변의 중점이어서 세 거리가 같지만, 오른쪽은 중점에서 두 끝점까지의 거리만 같아요.

O 직각삼각형의 빗변의 중점



$\overline{MC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$

X 직각이 없는 삼각형의 중점

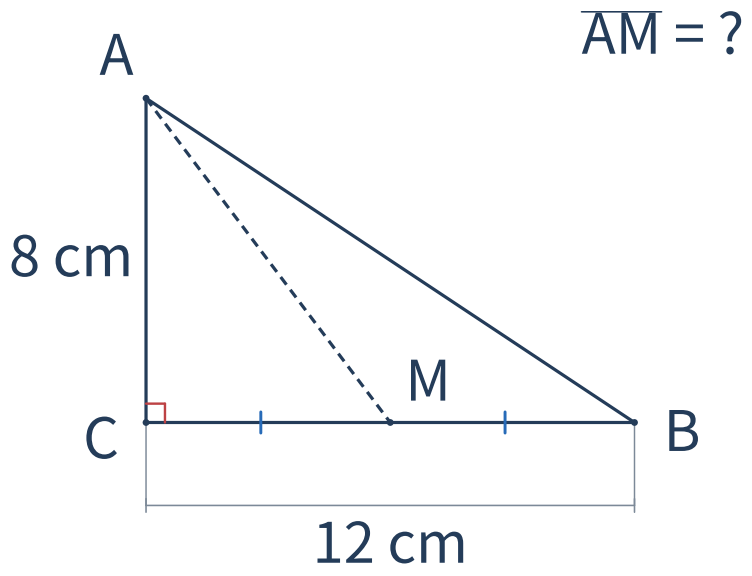


$\overline{MC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$

4 확인 문제

확인 1

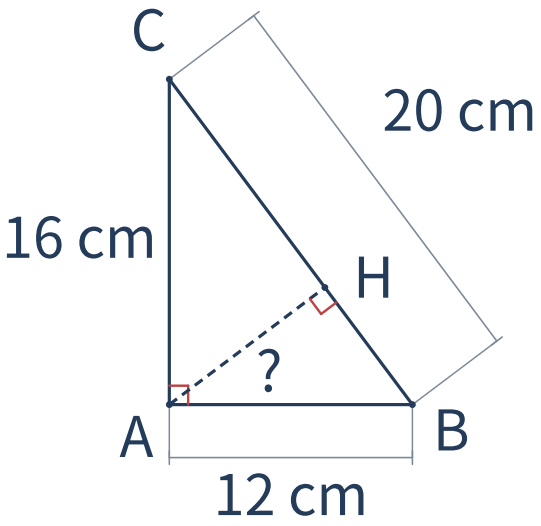
삼각형 ABC에서 $\angle C$는 직각이다. M은 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AC}$의 길이는 8 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. $\overline{AM}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 2

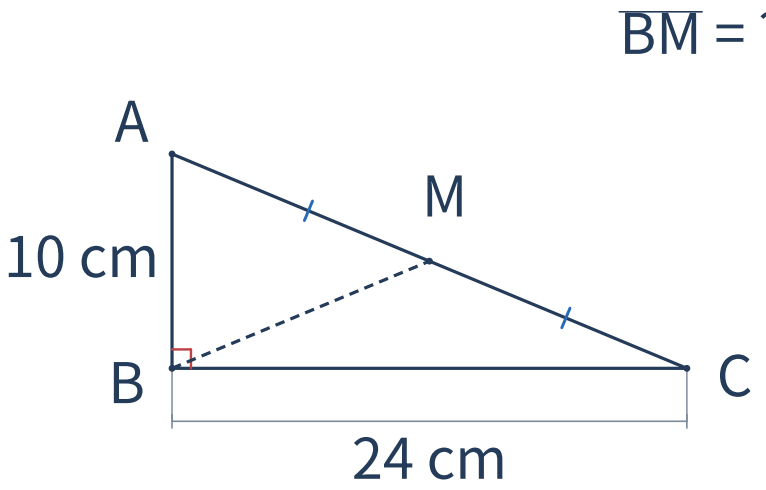
삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이다. 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이가 각각 12 cm, 16 cm, 20 cm일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 3

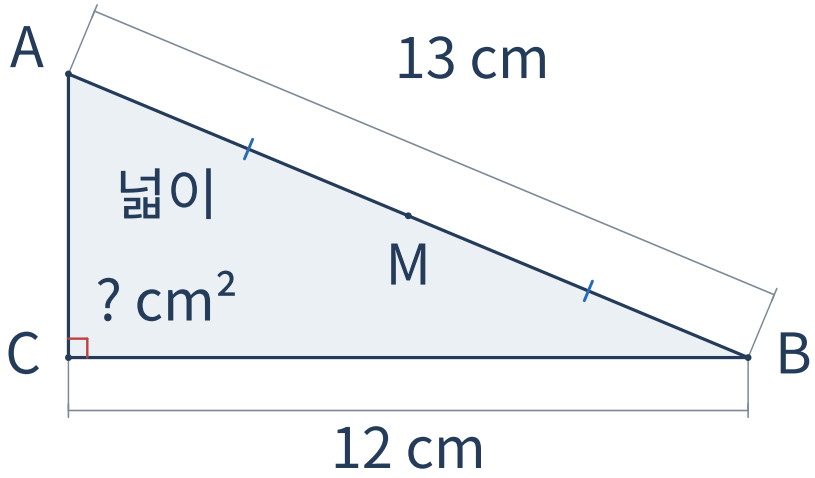
삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이고, $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 24 cm이다. 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이다. $\overline{BM}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 4

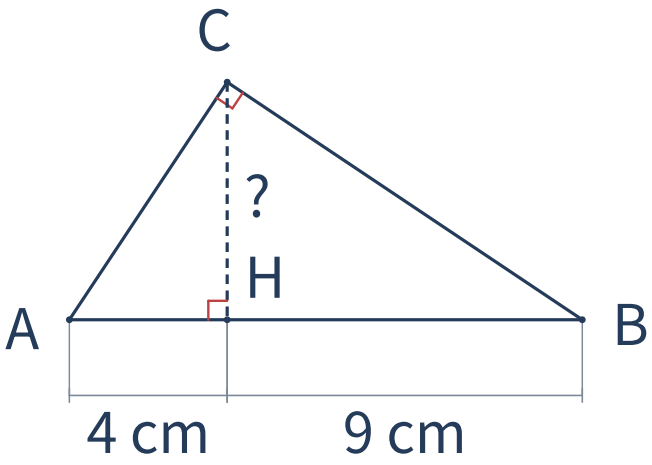
삼각형 ABC에서 $\angle C$는 직각이다. $\overline{AB}$의 길이는 13 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이고, M은 $\overline{AB}$의 중점이다. 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



풀이

확인 5

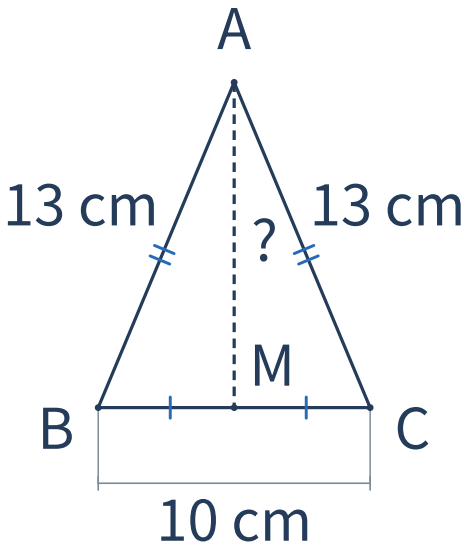
삼각형 ABC에서 $\angle C$는 직각이다. C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이는 4 cm이고, $\overline{HB}$의 길이는 9 cm이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 6

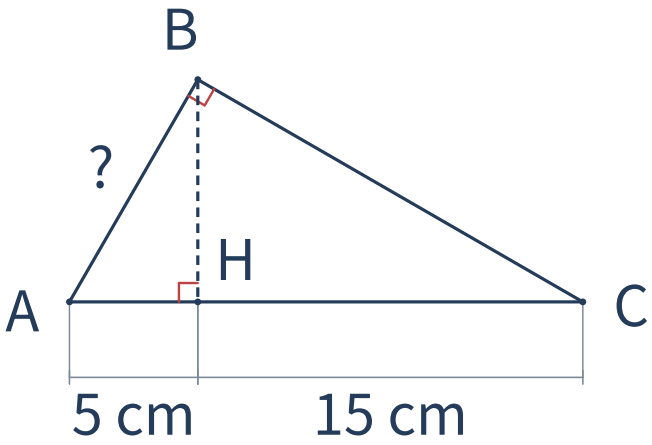
삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이는 각각 13 cm이고, $\overline{BC}$의 길이는 10 cm이다. M은 선분 BC의 중점이다. $\overline{AM}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 7

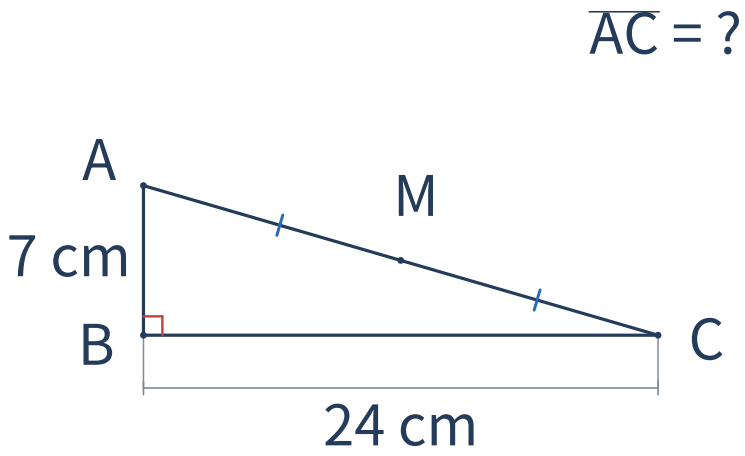
삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이다. 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 5 cm, $\overline{HC}$의 길이가 15 cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 8

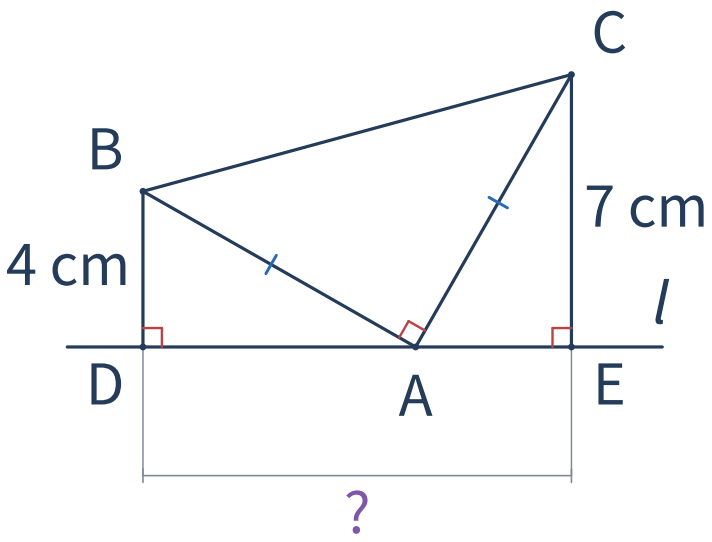
삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이고, $\overline{AB}$의 길이는 7 cm, $\overline{BC}$의 길이는 24 cm이다. 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



풀이

확인 9

$\angle BAC = 90°$이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 꼭짓점 A를 지나고 삼각형 ABC와 점 A에서만 만나는 직선 l이 있다. B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{BD} = 4$ cm, $\overline{CE} = 7$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



풀이

5 마무리 복습

문제 ↔ 개념 한눈에 보기

문제	함께 나온 조건	직각삼각형의 외심	직각삼각형의 합동	피타고라스 정리	삼각형의 넓이	직각삼각형의 닮음
기본 1	넓이와 한 변				①	
기본 2	빗변과 다른 한 변			①		
기본 3	직각을 낀 두 변			①		
기본 4	빗변의 중점과 거리	①				
기본 5	빗변에 내린 수선과 세 변				①	
기본 6	빗변이 나뉜 두 부분			(①)		①
기본 7	두 변과 빗변의 중점	②		①		
기본 8	두 변과 빗변에 내린 수선			①	②	
기본 9	빗변의 중점	①				
기본 10	$\overline{AD}=\overline{AC}$와 수선		①			
확인 1	직각을 낀 변의 중점			①		
확인 2	빗변에 내린 수선과 세 변				①	
확인 3	두 변과 빗변의 중점	②		①		
확인 4	빗변과 한 변, 빗변의 중점			①	②	
확인 5	빗변이 나뉜 두 부분					①
확인 6	이등변삼각형과 밑변의 중점			①		
확인 7	빗변이 나뉜 두 부분					①
확인 8	두 변과 빗변의 중점			①		
확인 9	직각이등변삼각형과 두 수선		①			

원 안의 숫자는 그 문제에서 개념을 쓴 순서다. 점선 원은 다른 풀이에서 쓴 개념이다.

조건 채우기

보기 | 외심 | 내심 | 절반($\frac{1}{2}$) | 두 배 | RHA | RHS | SAS | c^2 | a^2 | 맞은편 | 이웃 | $\overline{CH}$ | $\overline{AH}$ | 높이 | 넓이 | AA | SSS | $\overline{HB}$ | $\overline{AB}$

같은 낱말이나 식을 여러 번 써도 됩니다.

1 직각삼각형의 빗변의 중점은 그 삼각형의 _____ 이다.

2 직각삼각형의 외심에서 세 꼭짓점까지의 거리는 빗변의 길이의 _____ 이다.

3 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 _____ 합동이다.

4 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 _____ 합동이다.

5 직각을 낀 두 변의 길이가 a, b이고 빗변의 길이가 c이면 $a^2 + b^2 =$ _____ 이다.

6 직각삼각형에서 빗변은 직각의 _____ 에 있는 변이다.

7 $\angle C = 90°$이고 H가 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이면 $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times$ _____ 이다.

8 삼각형의 넓이와 한 변의 길이를 알면, 그 변을 밑변으로 할 때의 _____ 를 구할 수 있다.

9 $\angle C = 90°$이고 H가 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발이면 삼각형 AHC와 CHB는 _____ 닮음이다.

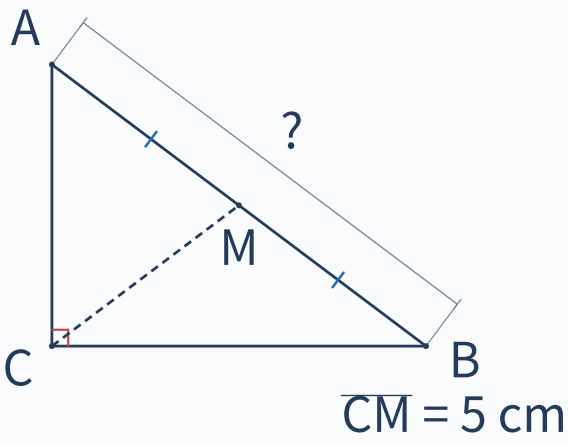
10 $\angle C = 90°$이고 H가 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발이면 $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} :$ _____ 이다.

정리 문항 1

각 상황에서 ① 함께 나온 조건 ② 떠올린 개념 ③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것 ④ 이어 쓸 식을 쓰시오.

1

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



① 함께 나온 조건

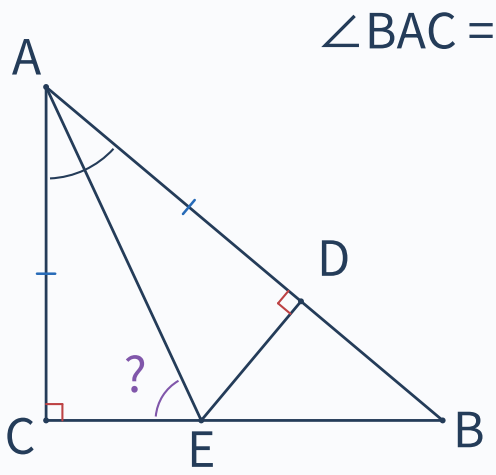
② 떠올린 개념

③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것

④ 이어 쓸 식

2

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD}$ = $\overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. ∠AEC의 크기를 구하시오.



① 함께 나온 조건

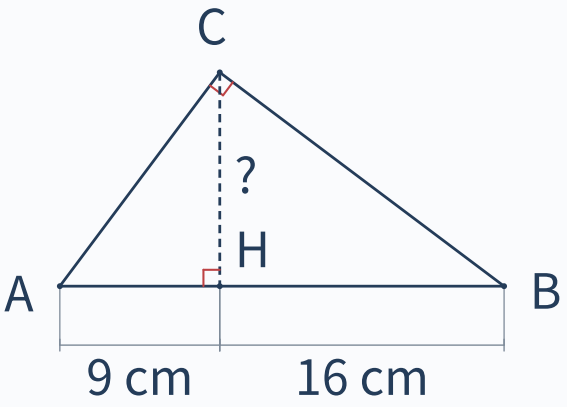
② 떠올린 개념

③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것

④ 이어 쓸 식

3

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



① 함께 나온 조건

② 떠올린 개념

③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것

④ 이어 쓸 식

6 정답과 해설

빠른 정답

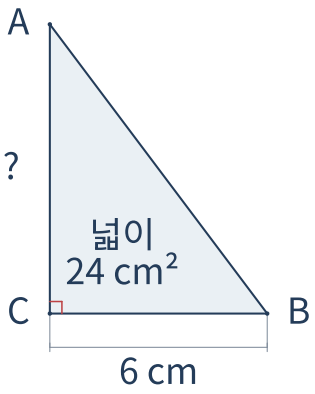
문항	정답
기본 1	8 cm
기본 2	8 cm
기본 3	10 cm
기본 4	10 cm
기본 5	12 cm
기본 6	12 cm
기본 7	7.5 cm
기본 8	7.2 cm
기본 9	40°
기본 10	65°
확인 1	10 cm
확인 2	9.6 cm
확인 3	13 cm
확인 4	30 cm^2
확인 5	6 cm
확인 6	12 cm
확인 7	10 cm
확인 8	25 cm
확인 9	11 cm

빈칸 구조도 정답

빈칸 구조도 정답 기본 1·2

기본 1 넓이와 한 변 ⇒ 떠올린 개념 삼각형의 넓이(밑변 BC에 대한 높이가 $\overline{AC}$)

기본 1 구할 것: $\overline{AC}$의 길이



① 함께 나온 조건

(**넓이** / 빗변의 길이)

② 떠올린 개념

(**넓이** / 피타고라스 정리)

③ 처음 세운 식

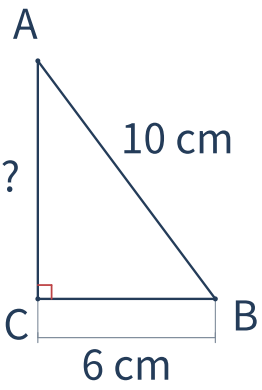
$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} =$ **24**

④ 답

$\overline{AC} =$ **8** cm

기본 2 빗변과 다른 한 변 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리(직각을 낀 변 구하기)

기본 2 구할 것: $\overline{AC}$의 길이



① 함께 나온 조건

(넓이 / **빗변의 길이**)

② 떠올린 개념

(넓이 / **피타고라스 정리**)

③ 처음 세운 식

$\overline{AC}^2 + 6^2 =$ **100**

④ 답

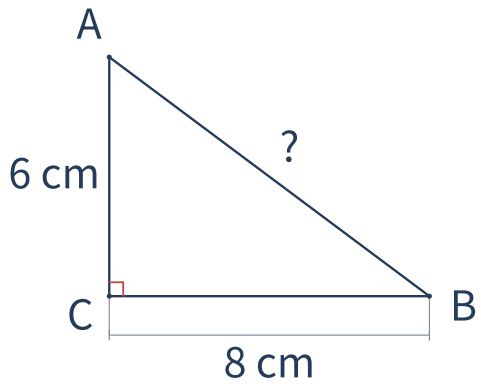
$\overline{AC} =$ **8** cm

두 문제를 비교하면 같은 변을 구해도 넓이가 함께 나오면 (**넓이** / 피타고라스 정리)를, 빗변의 길이가 함께 나오면 (넓이 / **피타고라스 정리**)를 쓴다.

빈칸 구조도 정답 **기본 3·4**

기본 3 직각을 낀 두 변 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리(빗변 구하기)

기본 3 구할 것: 빗변 AB의 길이



① 함께 나온 조건

(직각을 낀 두 변 / 빗변의 중점)

② 떠올린 개념

(피타고라스 정리 / 외심)

③ 처음 세운 식

$\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 =$ 100

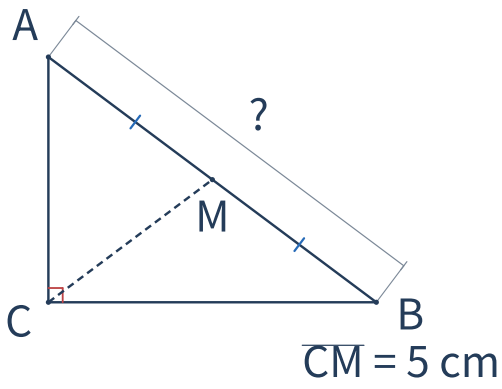
④ 답

$\overline{AB}$ = 10 cm

기본 4 빗변의 중점과 꼭짓점 사이의 거리 ⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 외심

→ 같은 세 거리로 빗변 구하기

기본 4 구할 것: 빗변 AB의 길이



① 함께 나온 조건

(직각을 낀 두 변 / 빗변의 중점)

② 떠올린 개념

(피타고라스 정리 / 외심)

③ 처음 세운 식

$\overline{MA} = \overline{MB} =$ MC $= 5$

④ 답

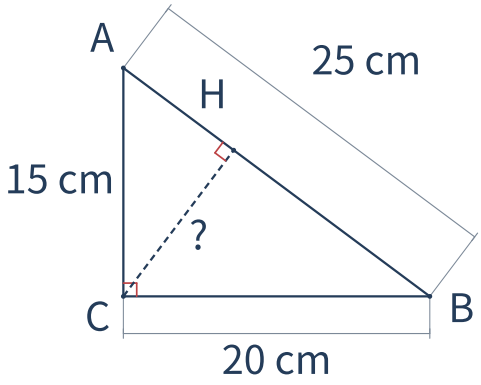
$\overline{AB}$ = 10 cm

두 문제를 비교하면 빗변을 구할 때 직각을 낀 두 변이 함께 나오면 (피타고라스 정리 / 외심)에서, 빗변의 중점이 함께 나오면 (피타고라스 정리 / 외심)에서 출발한다.

빈칸 구조도 정답 기본 5·6

기본 5 빗변에 내린 수선과 세 변 ⇒ 떠올린 개념 삼각형의 넓이(같은 넓이의 두 표현)

기본 5 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



① 함께 나온 조건

(**세 변의 길이** / 빗변이 나뉜 두 부분)

② 떠올린 개념

(**넓이** / 닮음)

③ 처음 세운 식

$\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times$ **25** $\times \overline{CH}$

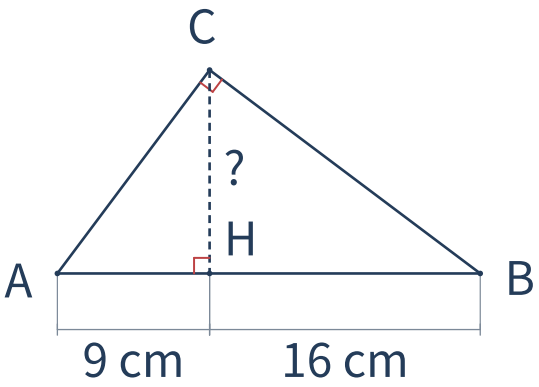
④ 답

$\overline{CH} =$ **12** cm

기본 6 빗변에 내린 수선이 나눈 두 부분 ⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 닮음

→ 대응변의 비례식

기본 6 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



① 함께 나온 조건

(세 변의 길이 / **빗변이 나뉜 두 부분**)

② 떠올린 개념

(넓이 / **닮음**)

③ 닮은 두 삼각형(대응 순서대로)과 비례식

△AHC ∽ △ **CHB** 이므로

$9 : \overline{CH} = \overline{CH} :$ **16**

④ 답

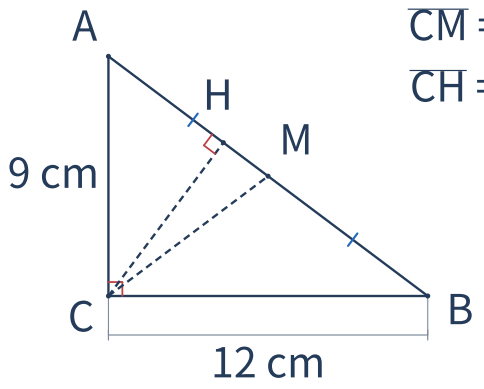
$\overline{CH} =$ **12** cm

두 문제를 비교하면 높이 $\overline{CH}$를 구할 때 세 변의 길이가 함께 나오면 (**같은 넓이의 두 표현** / 닮음의 비례식)에서, 빗변이 나뉜 두 부분이 함께 나오면 (같은 넓이의 두 표현 / **닮음의 비례식**)에서 출발한다.

빈칸 구조도 정답 기본 7·8

기본 7 직각을 낀 두 변과 빗변의 중점 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리
→ 직각삼각형의 외심

기본 7 구할 것: $\overline{CM}$의 길이



① 먼저 구한 길이
$\overline{AB}$ = 15 cm

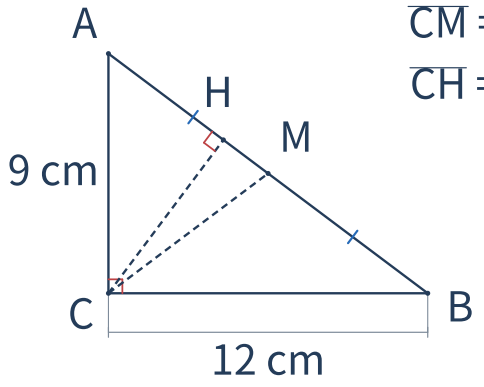
② 구할 선분과 이어지는 조건
(**중점 M** / 수선의 발 H)

③ 떠올린 개념
(**외심** / 넓이)

④ 답
$\overline{CM}$ = **7.5** cm

기본 8 직각을 낀 두 변과 빗변에 내린 수선 ⇒ 떠올린 개념 피타고라스 정리
→ 삼각형의 넓이(같은 넓이의 두 표현)

기본 8 구할 것: $\overline{CH}$의 길이



① 먼저 구한 길이
$\overline{AB}$ = 15 cm

② 구할 선분과 이어지는 조건
(중점 M / **수선의 발 H**)

③ 떠올린 개념
(외심 / **넓이**)

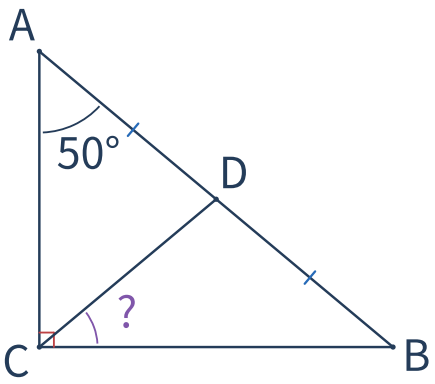
④ 답
$\overline{CH}$ = **7.2** cm

두 문제를 비교하면 조건이 같아도 구할 선분이 바뀌면 쓰는 조건이 바뀐다. $\overline{CM}$에는 (**중점 M** / 수선의 발 H) 조건을, $\overline{CH}$에는 (중점 M / **수선의 발 H**) 조건을 쓴다.

빈칸 구조도 정답 기본 9·10

기본 9 빗변의 중점 ⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 외심 → 이등변삼각형의 두 밑각

기본 9 구할 것: ∠DCB의 크기



① 함께 나온 조건

(빗변의 중점 / 빗변이 같은 두 직각삼각형)

② 떠올린 개념

(외심 / 합동)

③ 같아진 두 선분

△DBC에서 $\overline{DB}$ = $\overline{DC}$

④ 답

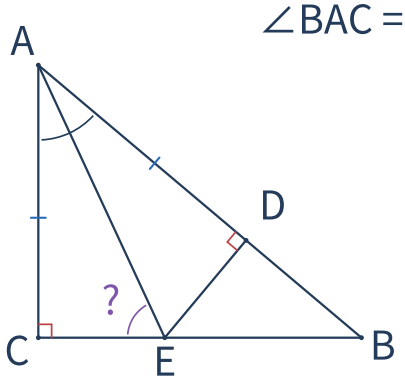
∠DCB = 40 °

기본 10 빗변 AE를 함께 가진 두 직각삼각형($\overline{AC}$ = $\overline{AD}$)

⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 합동(RHS) → 같은 두 각

기본 10 구할 것: ∠AEC의 크기

∠BAC = 50°



① 함께 나온 조건

(빗변의 중점 / 빗변이 같은 두 직각삼각형)

② 떠올린 개념

(외심 / 합동)

③ 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건

△ACE ≡ △ ADE

(RHA / RHS) 합동

④ 답

∠AEC = 65 °

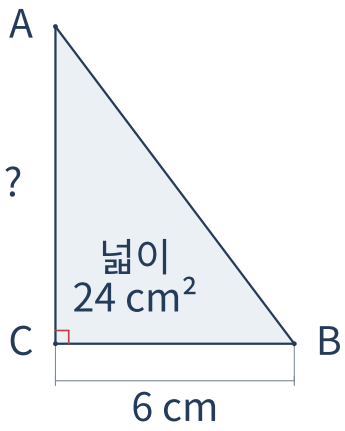
두 문제를 비교하면 똑같이 직각삼각형이 나와도 빗변의 중점이 함께 나오면 (외심 / 합동)을, 빗변이 같은 두 직각삼각형이 함께 나오면 (외심 / 합동)을 떠올린다.

생각 질문 답 예시

생각 질문 1

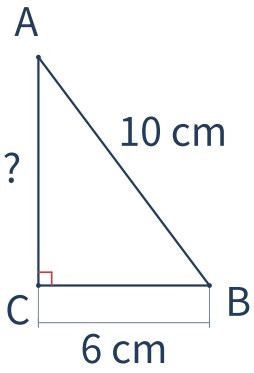
기본 1

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 넓이는 $24\,\text{cm}^2$이고, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



기본 2

$\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 6 cm이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



기본 1과 기본 2는 둘 다 $\overline{AC}$의 길이를 구하는 문제이다. (1) 두 문제에서 처음 세운 식을 각각 쓰시오. (2) 두 식이 서로 다른 까닭을, 각 문제에 무엇이 주어졌는지 비교하여 쓰시오.

답 예시

(1) 기본 1에서는 $\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} = 24$, 기본 2에서는 $\overline{AC}^2 + 6^2 = 10^2$를 세웠어요. (2) 기본 1은 넓이와 $\overline{BC}$의 길이가 주어져 $\overline{AC}$를 높이로 볼 수 있어요. 기본 2는 같은 직각삼각형의 빗변 AB와 한 변 BC의 길이가 주어져 세 변의 제곱 관계를 썼어요.

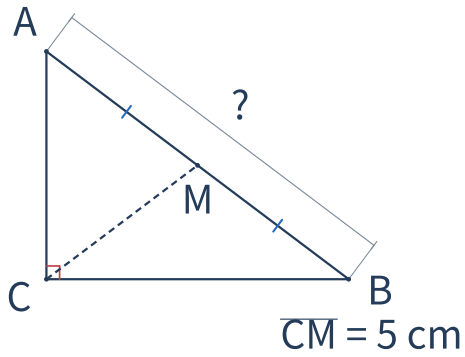
인정 기준

(1) 넓이 식과 피타고라스 식을 정확히 써야 해요. (2) 기본 1은 넓이와 밑변, 기본 2는 같은 직각삼각형의 두 변이 주어졌다는 차이를 설명해야 해요.

생각 질문 2

기본 4

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



위 기본 4의 삼각형에서 ∠C = 90°라는 조건을 빼고 점 M이 $\overline{AB}$의 중점이라는 조건만 남긴다고 하자. (1) $\overline{MA}$ = $\overline{MB}$ = $\overline{MC}$라고 할 수 있는가? '있다' 또는 '없다'로 답하고 그렇게 생각한 까닭을 쓰시오. (2) '없다'라고 답했다면 세 길이가 같지 않은 삼각형을 하나 그리고 길이를 표시하시오.

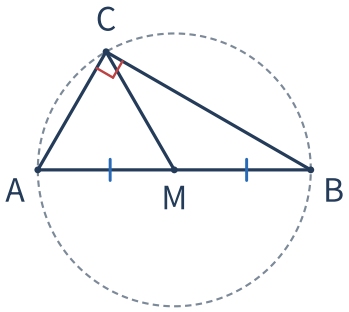
답 예시

없다. M이 $\overline{AB}$의 중점이면 $\overline{MA}$와 $\overline{MB}$의 길이는 같지만, $\overline{MC}$까지 같다고 할 수는 없어요. 예를 들어 $\overline{AB}$의 길이가 8 cm이고, 그 중점 M에서 수직으로 5 cm 떨어진 곳에 C를 잡으면 $\overline{MA}$와 $\overline{MB}$는 각각 4 cm, $\overline{MC}$는 5 cm예요. 아래 그림 오른쪽처럼 그릴 수 있어요.

인정 기준

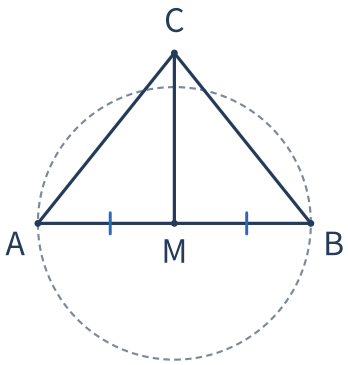
(1) 답은 '없다'예요. 중점만으로는 $\overline{MA}$ = $\overline{MB}$만 보장돼요. (2) M이 $\overline{AB}$의 중점이고 $\overline{MC}$의 길이가 $\overline{MA}$ (= $\overline{MB}$)의 길이와 다른 반례를 직접 그리고, $\overline{MA}$, $\overline{MB}$, $\overline{MC}$의 길이를 표시하면 돼요. 위 예의 수치를 정확히 따라 쓸 필요는 없어요.

직각삼각형



$\overline{MC}$ = 4 cm, $\overline{AB}$ = 8 cm

직각이 없는 이등변삼각형

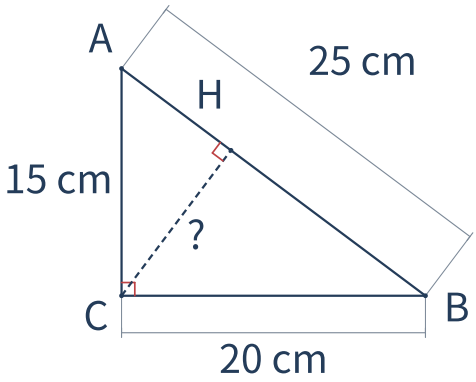


$\overline{MC}$ = 5 cm, $\overline{AB}$ = 8 cm

생각 질문 3

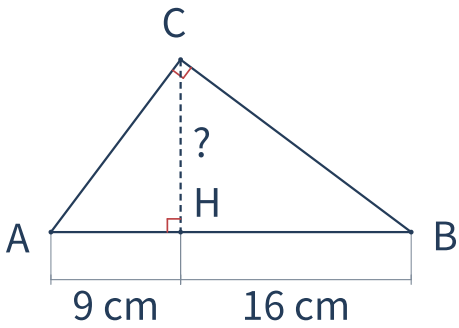
기본 5

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$의 길이가 각각 15 cm, 20 cm, 25 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



기본 6

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



기본 5와 기본 6은 둘 다 $\overline{CH}$의 길이를 구하는 문제이다. (1) 두 문제에서 처음 세운 식을 각각 쓰시오. (2) 두 식이 서로 다른 까닭을, 각 문제에 어떤 길이가 주어졌는지 비교하여 쓰시오.

답 예시

(1) 기본 5에서는 $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times \overline{CH}$, 기본 6에서는 $9 : \overline{CH} = \overline{CH} : 16$을 세웠어요. (2) 기본 5는 직각을 낀 두 변과 빗변의 길이가 모두 주어져 같은 넓이를 두 가지 밑변과 높이로 나타냈어요. 기본 6은 빗변이 나뉜 두 부분 $\overline{AH}$와 $\overline{HB}$의 길이가 주어져 두 작은 삼각형의 닮음을 확인한 뒤 $\overline{CH}$와 비례식으로 연결했어요.

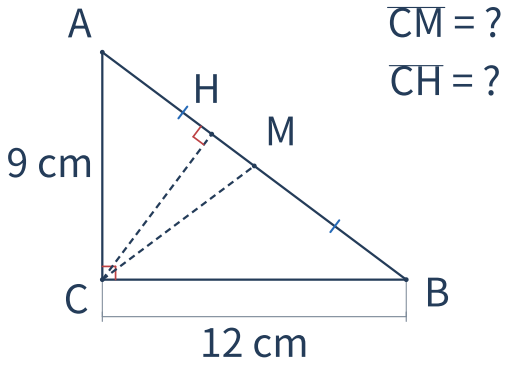
인정 기준

(1) 기본 5의 같은 넓이 식과 기본 6의 닮음 비례식이 필요해요. (2) 기본 5는 세 변, 기본 6은 빗변의 두 부분이 주어진다는 차이를 근거로 설명해야 해요.

생각 질문 4

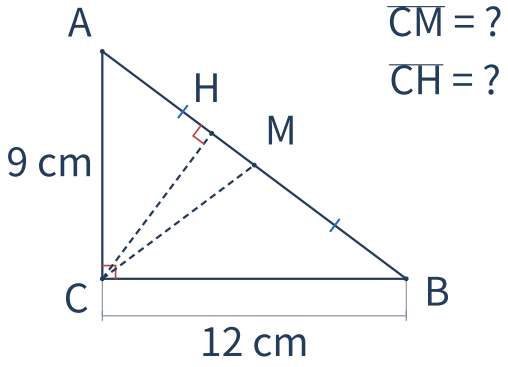
기본 7

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CM}$의 길이를 구하시오.



기본 8

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 H는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



(1) 기본 7과 기본 8에서 $\overline{AB}$의 길이를 구한 다음에 각각 어떤 식을 세웠는지 쓰시오. (2) 기본 8을 풀 때 쓰지 않은 조건이 있다면 무엇인지 쓰고, 그 조건 없이도 풀 수 있었던 까닭을 쓰시오.

답 예시

(1) 기본 7에서는 $\overline{CM} = \frac{1}{2} \times 15$, 기본 8에서는 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{CH}$를 세웠어요. (2) 기본 8에서는 M이 $\overline{AB}$의 중점이라는 조건을 쓰지 않았어요. $\overline{AB}$를 밑변, $\overline{CH}$를 높이로 하여 같은 삼각형의 넓이를 나타내면 되기 때문이에요.

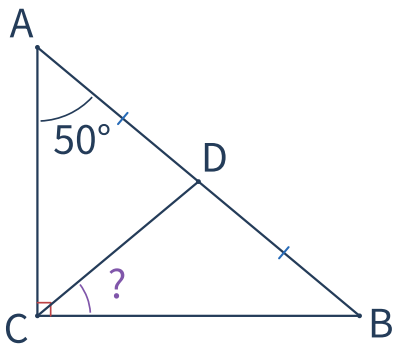
인정 기준

(1) 둘 다 먼저 $\overline{AB} = 15$를 구한 뒤, 기본 7은 빗변의 중점과 외심을, 기본 8은 넓이 관계를 사용해요.
(2) 기본 8에서 M이 빗변의 중점이라는 조건을 쓰지 않았다는 점과 그 이유를 적어야 해요.

생각 질문 5

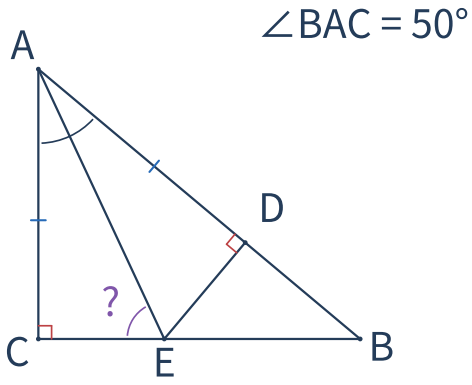
기본 9

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이다. ∠DCB의 크기를 구하시오.



기본 10

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠BAC = 50°이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD}$ = $\overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. ∠AEC의 크기를 구하시오.



(1) 두 문제에서 '같다'고 쓴 것(두 선분 또는 두 각)을 각각 쓰고, 왜 같은지 쓰시오. (2) 두 문제는 같은 직각삼각형에서 출발했다. 함께 나온 조건이 어떻게 달랐기에 서로 다른 개념을 떠올렸는지 쓰시오.

답 예시

(1) 기본 9는 $\overline{DB}$ = $\overline{DC}$ — D가 빗변의 중점이어서 직각삼각형의 외심이므로. 기본 10은 ∠CAE = ∠DAE(또는 $\overline{CE}$ = $\overline{DE}$) — 삼각형 ACE와 ADE가 RHS 합동이므로. (2) 기본 9는 빗변의 중점이 함께 나와 외심을, 기본 10은 빗변 AE를 공유하고 한 변이 같은 두 직각삼각형이 생겨 합동을 떠올렸다.

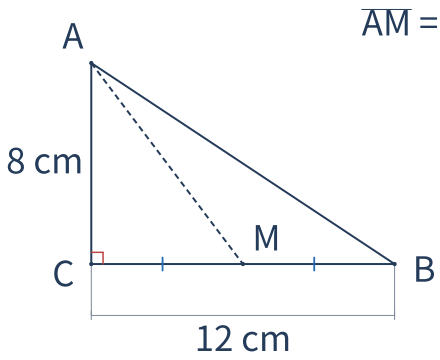
인정 기준

(1) 같은 것과 근거(외심 / RHS 합동)를 짝지어 써야 한다. (2) '빗변의 중점 → 외심', '빗변이 같은 두 직각삼각형 → 합동'의 대응이 드러나야 한다.

확인 문제 해설

확인 1

문제 삼각형 ABC에서 $\angle C$는 직각이다. M은 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AC}$의 길이는 8 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이다. $\overline{AM}$의 길이를 구하시오.



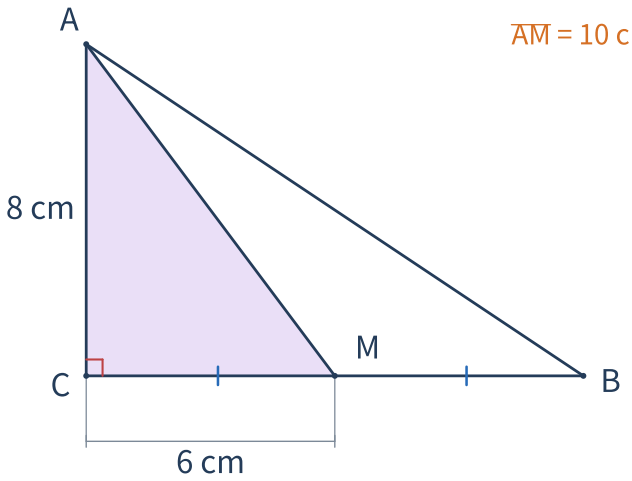
정답 **10 cm**

M은 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{CM}$의 길이는 6 cm예요. $\angle C$가 직각이므로 삼각형 ACM에서도 C가 직각이에요. 이 작은 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알고 있어요.

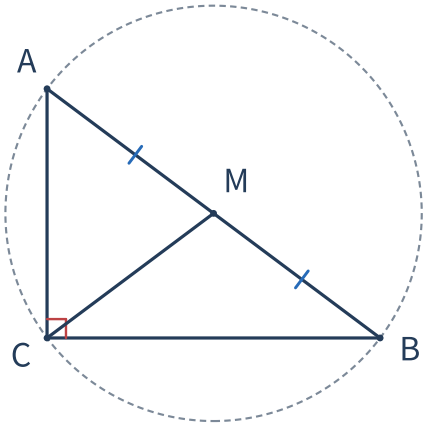
$$\overline{AM}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

길이는 양수이므로 $\overline{AM}$의 길이는 10 cm예요.

헷갈리지 말 것 M은 빗변 AB의 중점이 아니에요. 따라서 M을 삼각형 ABC의 외심으로 보고 $\overline{AM}$과 $\overline{BM}$의 길이가 같다고 할 수는 없어요.

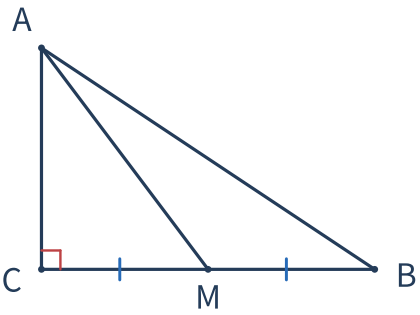


O 빗변 AB의 중점 M



$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$

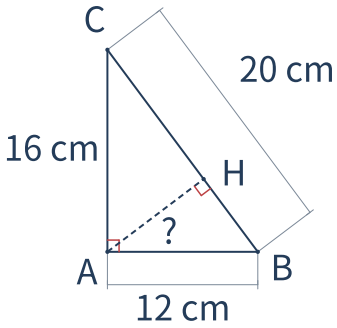
X 빗변이 아닌 변 BC의 중점 M



$\overline{MA} = 10\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{MC} = 6\,\text{cm}$

확인 2

문제 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이다. 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이가 각각 12 cm, 16 cm, 20 cm일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하시오.



정답 9.6 cm

$\overline{AB}$와 $\overline{AC}$는 직각을 낀 두 변이므로 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96\,(\text{cm}^2)$예요. 같은 넓이를 $\overline{BC}$와 그에 대한 높이 $\overline{AH}$로 나타내요.

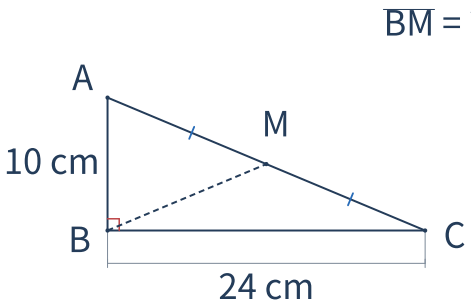
$$\frac{1}{2} \times 20 \times \overline{AH} = 96$$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 9.6 cm예요.

보충 설명 $\overline{AH}$를 구하려고 할 때 어떤 밑변의 높이인지 확인해야 해요. 주어진 세 변으로 같은 넓이를 두 번 나타내면 바로 연결돼요.

확인 3

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이고, $\overline{AB}$의 길이는 10 cm, $\overline{BC}$의 길이는 24 cm이다. 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이다. $\overline{BM}$의 길이를 구하시오.



정답 **13 cm**

$\angle B$가 직각이므로 $\overline{AC}$가 빗변이에요. 먼저 같은 직각삼각형의 두 변으로 빗변을 구해요.

$$\overline{AC}^2 = 10^2 + 24^2 = 676$$

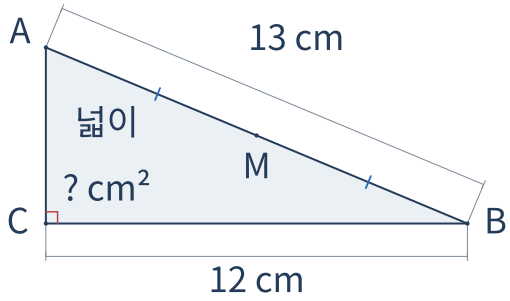
길이는 양수이므로 $\overline{AC}$의 길이는 26 cm예요. M은 빗변 AC의 중점이므로 외심이에요.

$$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 13\,(\text{cm})$$

헷갈리지 말 것 빗변이 늘 $\overline{AB}$인 것은 아니에요. 직각 B의 맞은편인 $\overline{AC}$가 빗변이고, 그 중점 M이 외심이에요.

확인 4

문제 삼각형 ABC에서 $\angle C$는 직각이다. $\overline{AB}$의 길이는 13 cm, $\overline{BC}$의 길이는 12 cm이고, M은 $\overline{AB}$의 중점이다. 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



정답 **30 cm²**

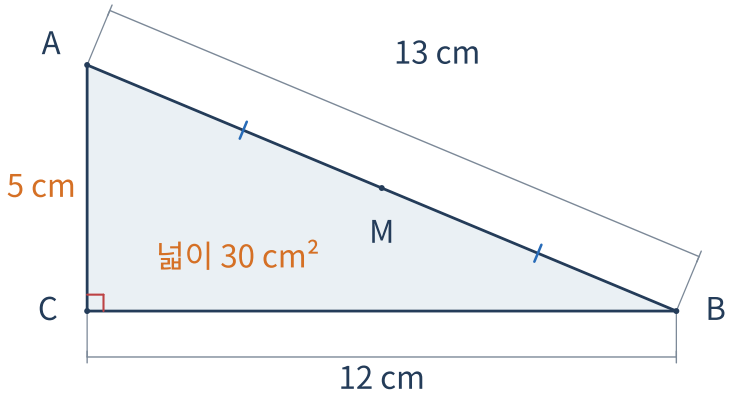
넓이를 구하려면 $\overline{BC}$를 밑변으로 잡고 그에 대한 높이 $\overline{AC}$를 구할 수 있어요. 같은 직각삼각형의 빗변과 한 변을 아니까 피타고라스 정리를 먼저 써요.

$$\overline{AC}^2 + 12^2 = 13^2$$

$\overline{AC}$의 길이의 제곱은 25이고, 길이는 양수이므로 $\overline{AC}$의 길이는 5 cm예요. 따라서 넓이는 다음과 같아요.

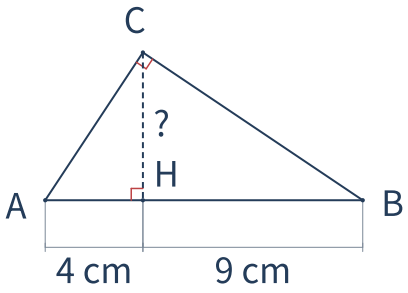
$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30\,(\text{cm}^2)$$

이 풀이에는 M이 중점이라는 조건이 필요하지 않아요. 외심의 성질로 $\overline{CM}$의 길이 6.5 cm를 구할 수는 있지만, 그 값을 얻는 것만으로 삼각형의 넓이를 구한 것은 아니에요. 주어진 조건을 모두 써야 한다고 생각할 필요는 없어요.



확인 5

문제 삼각형 ABC에서 ∠C는 직각이다. C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이는 4 cm이고, $\overline{HB}$의 길이는 9 cm이다. $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



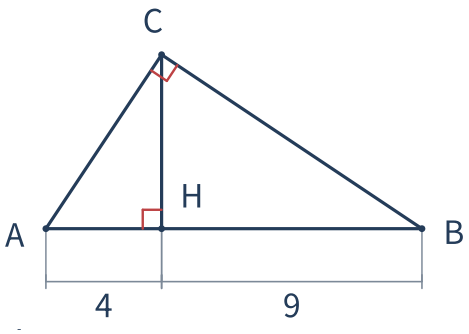
정답 6 cm

∠AHC = ∠CHB = 90°이고, ∠CAH와 ∠BCH는 모두 90° − ∠B이므로 같아요. 따라서 두 작은 삼각형 AHC, CHB는 AA 닮음이에요. 주어진 $\overline{AH}$, $\overline{HB}$를 구할 $\overline{CH}$와 연결해요.

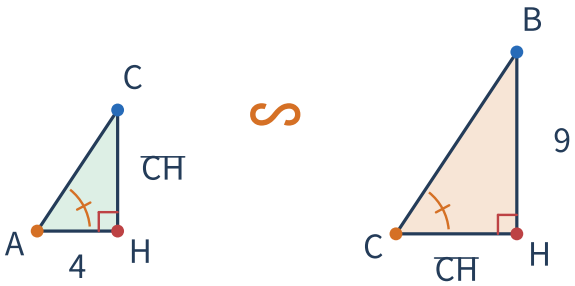
$$4 : \overline{CH} = \overline{CH} : 9$$

$\overline{CH}$의 길이의 제곱은 36이고, 길이는 양수이므로 $\overline{CH}$의 길이는 6 cm예요. 여러 삼각형의 피타고라스 관계를 연결하는 방법도 가능해요.

삼각형 ABC와 높이 CH



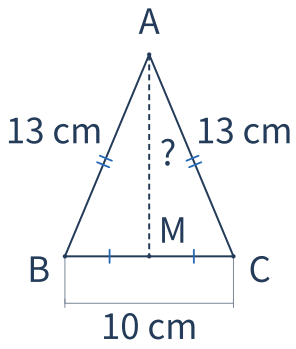
삼각형 AHC ∽ **삼각형 CHB**



(단위: cm)

확인 6

문제 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이는 각각 13 cm이고, $\overline{BC}$의 길이는 10 cm이다. M은 선분 BC의 중점이다. $\overline{AM}$의 길이를 구하시오.



정답 **12 cm**

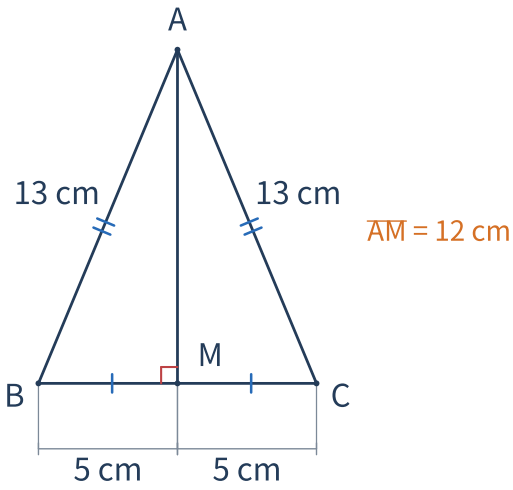
$\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이가 같은 이등변삼각형이고 M은 밑변 BC의 중점이에요. 따라서 $\overline{AM}$은 $\overline{BC}$에 수직이에요. 두 삼각형 ABM과 ACM의 합동을 이용해서 이 수직 관계를 설명해도 좋아요.

$\overline{BM}$의 길이는 5 cm예요. 이제 직각삼각형 ABM에서 피타고라스 정리를 써요.

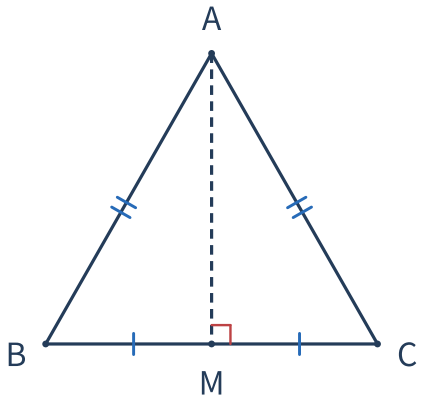
$$\overline{AM}^2 + 5^2 = 13^2$$

$\overline{AM}$의 길이의 제곱은 144이고, 길이는 양수이므로 $\overline{AM}$의 길이는 12 cm예요.

헷갈리지 말 것 처음 그림에 직각 표시가 없어도 주어진 조건으로 직각을 알아낼 수 있어요. 그림에 직각처럼 보인다는 이유가 아니라 이등변삼각형의 성질을 근거로 해야 해요.

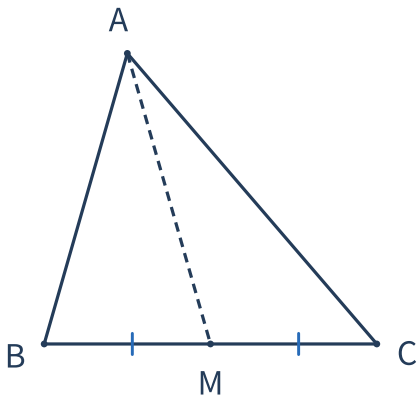


O 두 변 AB, AC의 길이가 같을 때



$\overline{AM} \perp \overline{BC}$

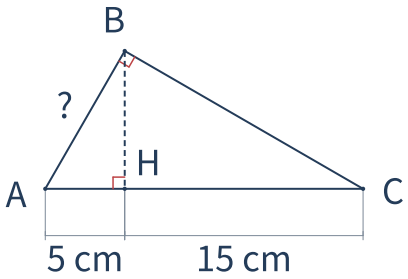
X 두 변 AB, AC의 길이가 다를 때



$\overline{AM}$과 $\overline{BC}$는 수직이 아니다

확인 7

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이다. 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 5 cm, $\overline{HC}$의 길이가 15 cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



정답 **10 cm**

$\overline{AH}$와 $\overline{HC}$를 더하면 $\overline{AC}$의 길이는 20 cm예요. 두 삼각형 AHB와 ABC에서 A의 각은 공통이고, $\angle AHB$와 $\angle ABC$는 모두 직각이므로 AA 닮음이에요.

$$\triangle AHB \backsim \triangle ABC$$

$\overline{AH}$에는 $\overline{AB}$가, $\overline{AB}$에는 $\overline{AC}$가 대응하므로 다음과 같아요.

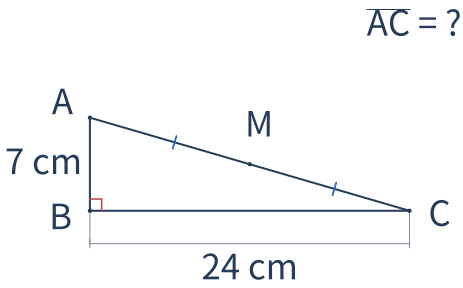
$$5 : \overline{AB} = \overline{AB} : 20$$

따라서 $\overline{AB}^2 = 100$이고, 길이는 양수이므로 $\overline{AB}$의 길이는 10 cm예요.

보충 설명 높이 BH를 구하는 비례식 $\overline{AH} : \overline{BH} = \overline{BH} : \overline{HC}$에는 선분 AB가 없어요. 구할 것이 직각을 낀 변 AB이므로 선분 AB가 들어 있는 두 삼각형 AHB, ABC의 대응을 확인해요.

확인 8

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ABC = 90°$이고, $\overline{AB}$의 길이는 7 cm, $\overline{BC}$의 길이는 24 cm이다. 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이다. $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



정답 **25 cm**

$\angle B$가 직각이므로 $\overline{AC}$가 빗변이에요. 주어진 두 변이 같은 직각삼각형에 들어 있으므로 다음과 같아요.

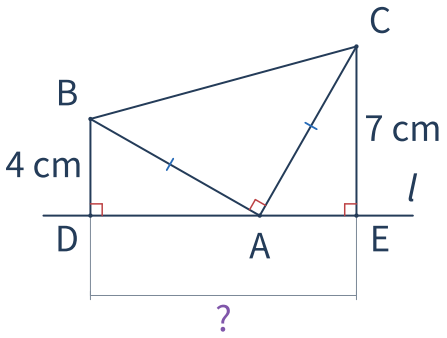
$$\overline{AC}^2 = 7^2 + 24^2 = 625$$

길이는 양수이므로 $\overline{AC}$의 길이는 25 cm예요.

헷갈리지 말 것 M이 중점이라는 조건은 이 문제를 푸는 데 필요하지 않아요. 문제에 주어진 조건을 모두 써야 하는 것은 아니에요.

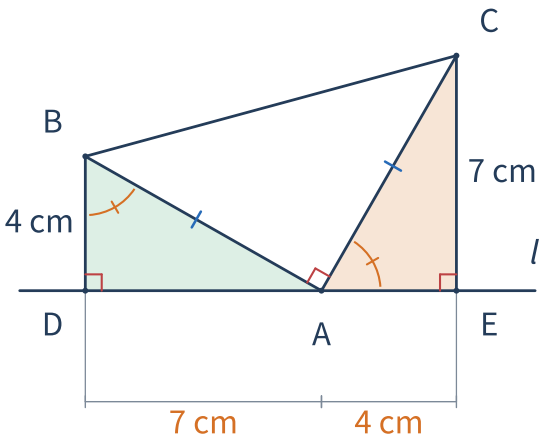
확인 9

문제 $\angle BAC = 90°$이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 꼭짓점 A를 지나고 삼각형 ABC와 점 A에서만 만나는 직선 l이 있다. B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{BD} = 4$ cm, $\overline{CE} = 7$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



정답 **11 cm**

$\angle BAD + \angle CAE = 90°$이고 $\angle BAD + \angle ABD = 90°$이므로 $\angle ABD = \angle CAE$예요. 두 삼각형 ABD, CAE는 D, E에서 직각이고 빗변의 길이 $\overline{AB} = \overline{CA}$와 한 예각이 각각 같으므로 RHA 합동이에요. $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 7$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 4$예요. A가 D와 E 사이에 있으므로 $\overline{DE} = 7 + 4 = 11$ cm예요.



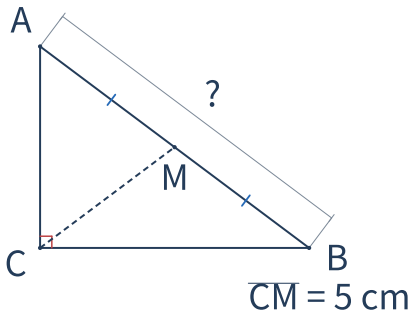
조건 채우기 정답

번호	정답
1	외심
2	절반($\frac{1}{2}$)
3	RHA
4	RHS
5	c^2
6	맞은편
7	$\overline{CH}$
8	높이
9	AA
10	$\overline{HB}$

정리 문항 1 답 예시

상황 1

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CM}$의 길이는 5 cm이다. $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.

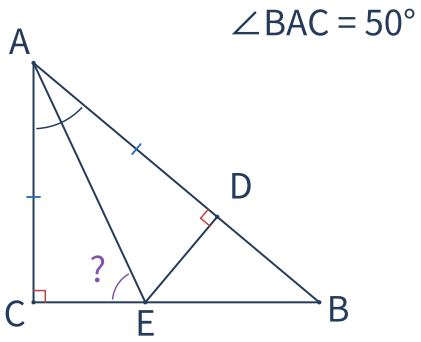


답 예시

함께 나온 조건은 직각 C, 빗변 AB의 중점 M, $\overline{CM} = 5$ cm예요. 직각삼각형의 외심을 쓰기 전에 M이 직각의 맞은편 변 AB의 중점인지 확인해요. 그러면 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 5$이므로 $\overline{AB} = 5 + 5 = 10$ cm예요.

상황 2

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 50°$이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AD} = \overline{AC}$인 점 D를 잡고, 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 수직인 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle AEC$의 크기를 구하시오.

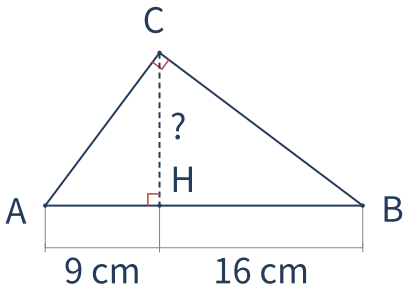


답 예시

함께 나온 조건은 두 직각, 공통 빗변 AE, $\overline{AC} = \overline{AD}$예요. 두 삼각형이 모두 직각삼각형이고 같은 길이가 빗변과 다른 한 변에 해당하는지 확인해 RHS 합동을 써요. $\triangle ACE \equiv \triangle ADE$에서 $\angle CAE = \angle DAE = 25°$이고 $\angle AEC = 65°$예요.

상황 3

문제 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}$의 길이가 9 cm, $\overline{HB}$의 길이가 16 cm일 때, $\overline{CH}$의 길이를 구하시오.



답 예시

함께 나온 조건은 직각 C, 수선 CH, $\overline{AH} = 9$, $\overline{HB} = 16$이에요. 닮음을 쓰기 전에 두 작은 삼각형의 직각과 같은 예각을 확인하고 A↔C, H↔H, C↔B로 대응시켜요. $\triangle AHC \backsim \triangle CHB$에서 $9 : \overline{CH} = \overline{CH} : 16$이므로 $\overline{CH} = 12$ cm예요.

인정 기준

함께 나온 조건, 개념 이름, 그 개념의 성립 조건, 실제 식을 모두 연결해서 쓰면 돼요. 식의 표현이 달라도 대응하는 변과 각, 계산 결과가 맞으면 인정해요.