중2-2 수학 · 02 심화

직각삼각형에서 풀이법 고르기

심화편

관련 단원 V-1-02 직각삼각형의 합동 조건 | V-1-03 삼각형의 외심 | VI-1 도형의 닮음 | VI-3 피타고라스 정리

차례

0	문제에 나오는 낱말	2
1	심화 먼저 풀어 보기	3
2	심화 풀이와 이유	9
3	전체 조건 개념 지도	37
4	바꿔 풀기	41
5	막혔을 때 다시 연결하기	43
6	마무리 복습	48
7	정답과 해설	52

심화 4 · 바꿔 풀기 2 · 생각 질문 2 · 빈칸 구조도 6 · 조건 채우기 14 · 정리 문항 1(상황 2개)

© 대치동 재우쌤 | 010-9524-4849 | https://leessaem.com/ | https://blog.naver.com/leessaem84

본 자료는 직접 제작한 학습 자료입니다. 개인 학습을 위한 열람·인쇄는 자유롭게 할 수 있으며, 무단 복제·재배포·수정 후 재배포 및 상업적 이용을 금합니다.

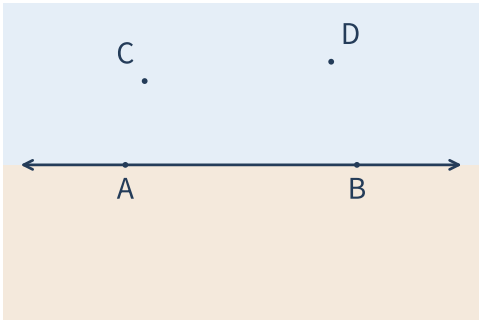
0 문제에 나오는 낱말

직선을 기준으로 같은 쪽·서로 다른 쪽

Q 두 점이 직선을 기준으로 '같은 쪽'에 있다는 말은 무엇일까?

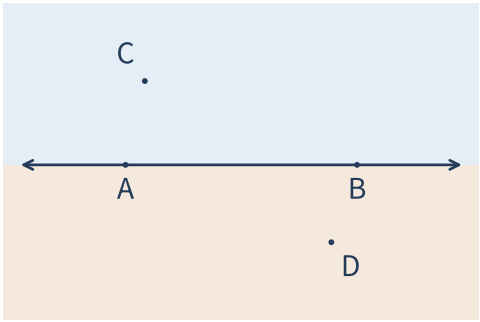
직선 AB는 A, B를 지나 양쪽으로 끝없이 이어져요. 그래서 직선 AB는 평면을 두 부분으로 나눠요. 두 점 C와 D가 그중 **한 부분에 함께** 있으면 "C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다"고 해요. C와 D가 **서로 다른 부분**에 있으면 "서로 다른 쪽에 있다"고 해요.

같은 쪽



C와 D가 한 부분에 함께 있다

서로 다른 쪽

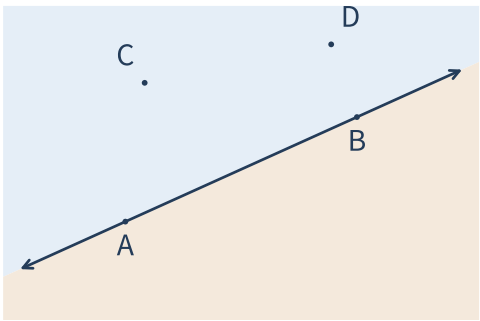


C와 D가 서로 다른 부분에 있다

Q '위쪽'과 '아래쪽'으로만 판단하면 될까?

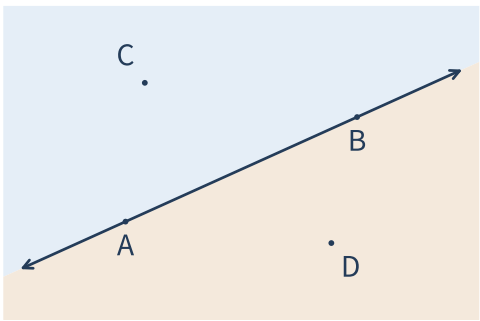
위 그림은 직선 AB를 가로로 그렸기 때문에 위쪽과 아래쪽으로 설명한 거예요. 직선이 비스듬히 그려져 있어도 마찬가지로 직선을 기준으로 두 부분을 구별해요. 또 **선분 AB만이 아니라 A, B를 지나 양쪽으로 계속 이어진 직선 전체**가 기준이에요.

같은 쪽



C와 D가 한 부분에 함께 있다

서로 다른 쪽

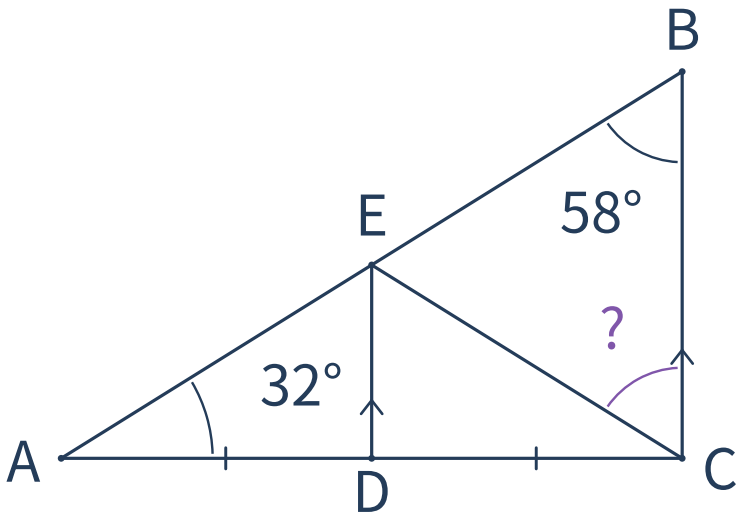


C와 D가 서로 다른 부분에 있다

1 심화 먼저 풀어 보기

심화 1

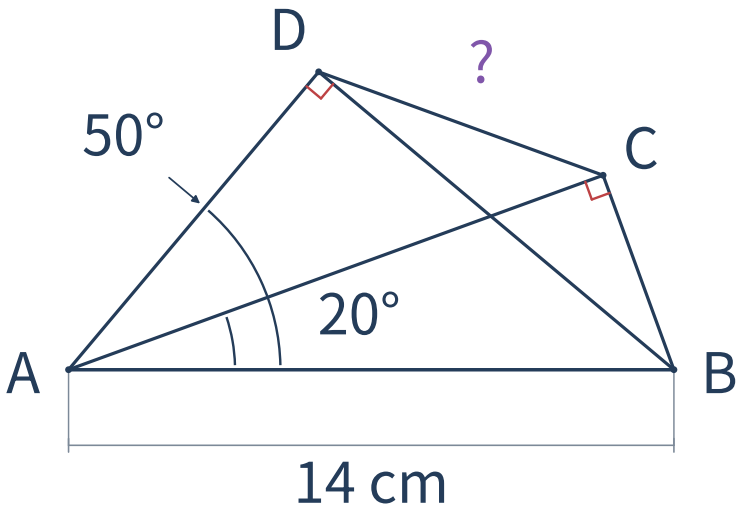
삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.



풀이

심화 2

두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.



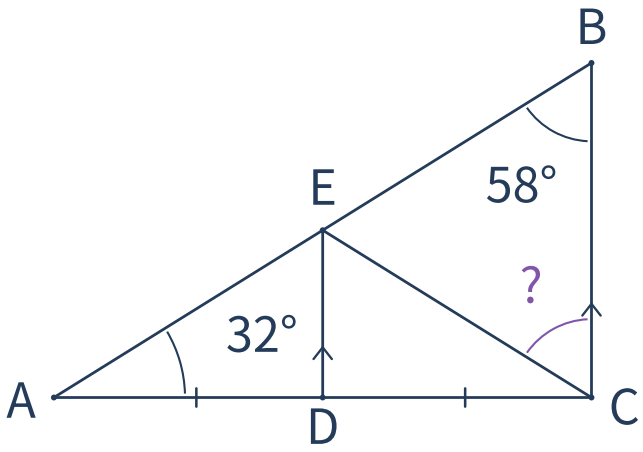
풀이

생각 질문 1

비교할 문제

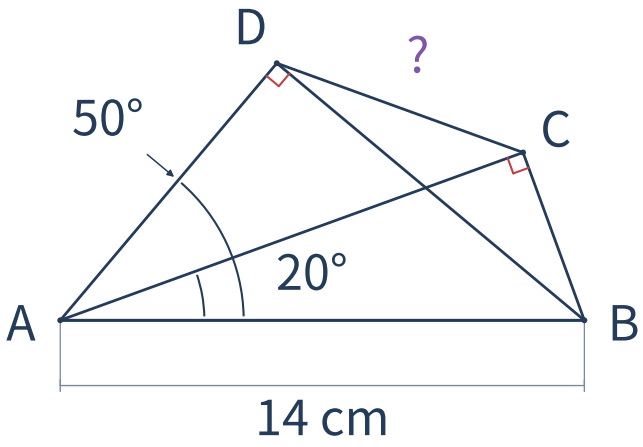
심화 1

삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.



심화 2

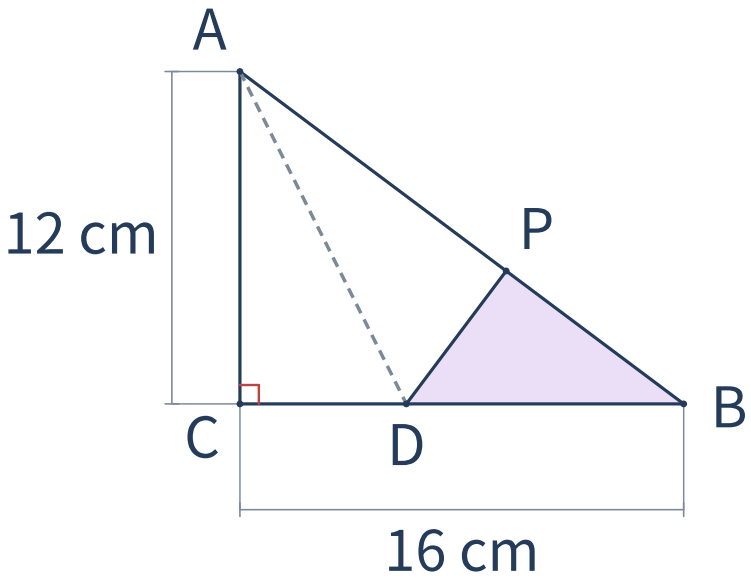
두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.



(1) 두 문제는 모두 직각삼각형의 빗변의 중점을 써서 풀었다. 각 문제에서 빗변의 중점을 어떻게 얻었는지 쓰시오. (2) 그 중점에서 길이가 같아진 선분들을 쓰고, 그다음 무엇을 써서 답을 구했는지 쓰시오.

심화 3

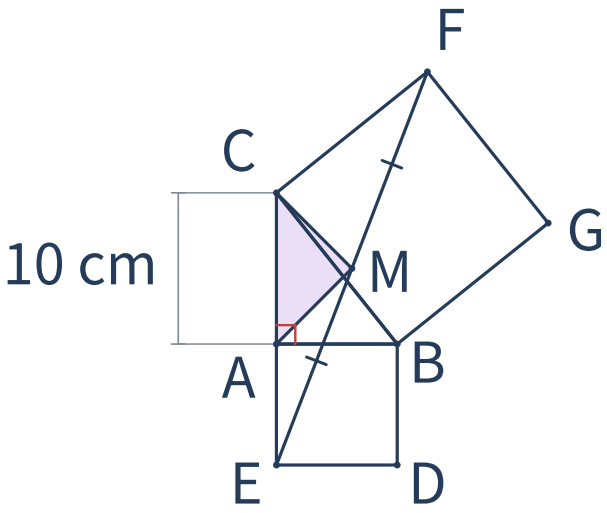
삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.



풀이

심화 4

삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



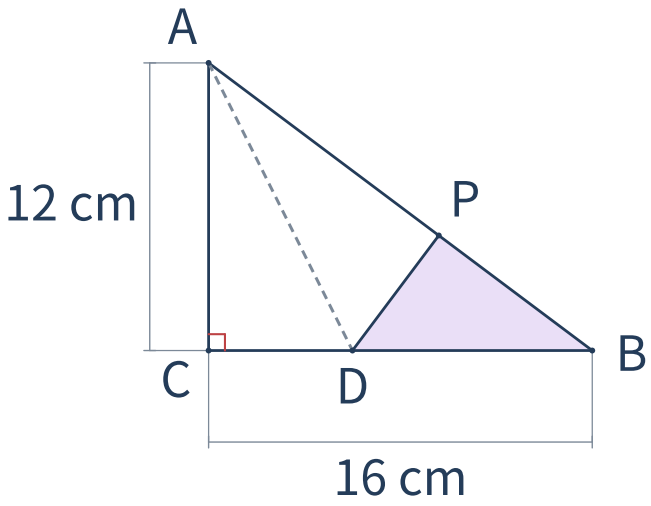
풀이

생각 질문 2

비교할 문제

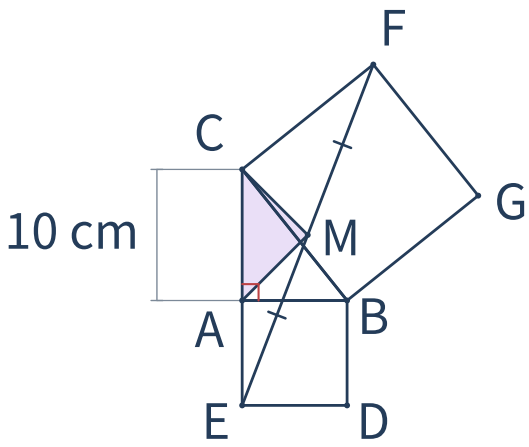
심화 3

삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.



심화 4

삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



(1) 두 문제에서 합동인 두 직각삼각형을 대응 순서대로 쓰고, 그 두 삼각형이 어떻게 생겼는지 쓰시오. (2) 합동으로 옮겨 쓴 길이를 쓰고, 그 길이가 답을 구하는 데 어떻게 쓰였는지 쓰시오.

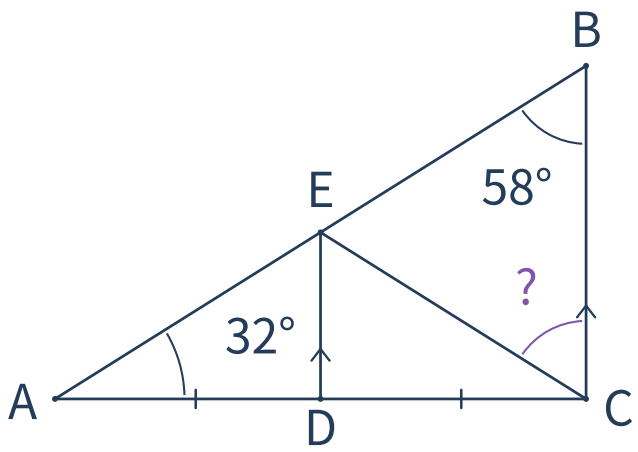
2 심화 풀이와 이유

빈칸 구조도 **심화 1 — 어떤 순서로 연결할까**

문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ◯표 하시오.

삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.

심화 1 구할 것: $\angle BCE$의 크기



① 두 각으로 알아낸 것

$\angle ACB =$ _____ °

② 평행선과 중점으로 닮은 두 삼각형(대응 순서대로)

$\triangle ADE \backsim \triangle$ _____

③ 점 E의 자리

$\overline{AE} : \overline{AB} = 1 :$ _____ 이므로 E는 빗변의 (중점 / 삼등분점)

④ 떠올린 개념과 $\triangle BCE$에서 같아진 길이

(외심 / 합동), $\overline{EB} =$ _____

⑤ 답

$\angle BCE =$ _____ °

이 문제의 갈림길 직각은 (두 각의 합 / 평행선)으로, 빗변의 중점은 (두 각의 합 / 평행선)과 중점으로 찾아냈다.

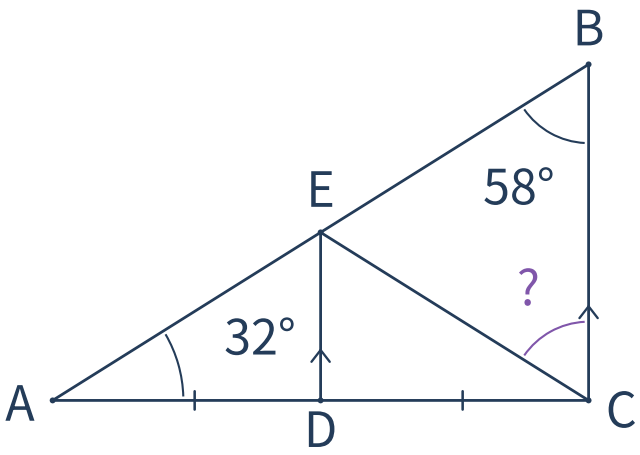
심화 1 다시 보기 직각과 빗변의 중점이 보이지 않았는데 어떻게 외심을 떠올릴까

함께 나온 조건 두 각의 합이 90°, 평행선과 중점

⇒ **떠올린 개념** 삼각형의 세 각의 합(숨은 직각) → 직각삼각형의 닮음(닮음비 1 : 2)

→ 직각삼각형의 외심 → 이등변삼각형의 두 밑각

문제 삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.



풀이

$\angle ACB = 180° - 32° - 58° = 90°$이다. 각 A가 공통이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$이므로 동위각이 같아서 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$이다. D가 선분 AC의 중점이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$이고 E는 빗변 AB의 중점이다. 따라서 E는 외심이고 $\overline{EB} = \overline{EC}$이다. 이등변삼각형 BCE에서 $\angle BCE = \angle CBE = 58°$이다.

단계별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸 · 단계 그림 포함

① 두 각으로 알아낸 것 → $\angle ACB = 90°$

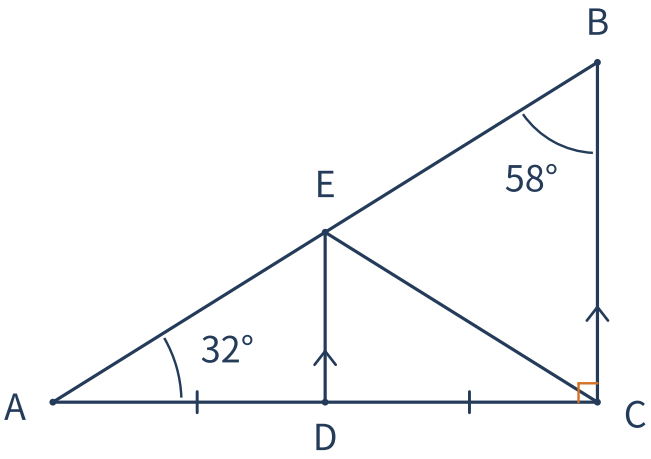
외심을 쓰려면 먼저 어느 꼭짓점이 직각인지 확인해야 해요. 주어진 두 각으로 나머지 한 각을 구해요.

Q 왜 바로 고르기 어려울까?

처음 주어진 것은 두 각, 같은 길이, 평행이에요. ‘E는 외심’이나 ‘E는 빗변의 중점’이라는 말은 없어요. **아직 확인하지 않은 성질을 그림의 모양만 보고 써서는 안 돼요.**

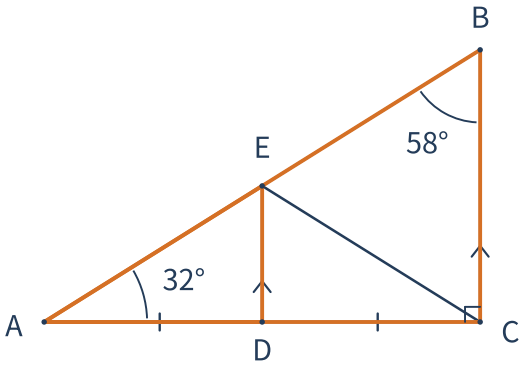
Q 처음에 어떤 식을 세울까? 그 식은 왜 성립할까?

삼각형의 내각의 합을 써요. 두 각을 합하면 $32° + 58° = 90°$이므로 $\angle ACB = 180° - 90° = 90°$예요. 직각 C의 맞은편인 변 AB가 빗변이 돼요.



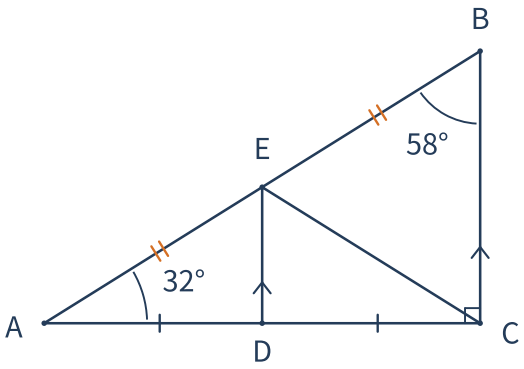
② 평행선과 중점으로 닮은 두 삼각형(대응 순서대로) → △ADE ∽ △ACB

각 A는 공통이고 선분 DE와 BC가 평행하므로 $\angle ADE = \angle ACB$인 동위각이에요. AA 닮음의 대응은 A↔A, D↔C, E↔B이므로 △ADE ∽ △ACB예요.



③ 점 E의 자리 → $\overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$, 빗변의 중점

D가 선분 AC의 중점이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = 1 : 2$예요. 닮음의 대응변도 같은 비이므로 $\overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$이고 E는 빗변 AB의 중점이에요.



④ 떠올린 개념과 △BCE에서 같아진 길이 → 외심, $\overline{EB} = \overline{EC}$

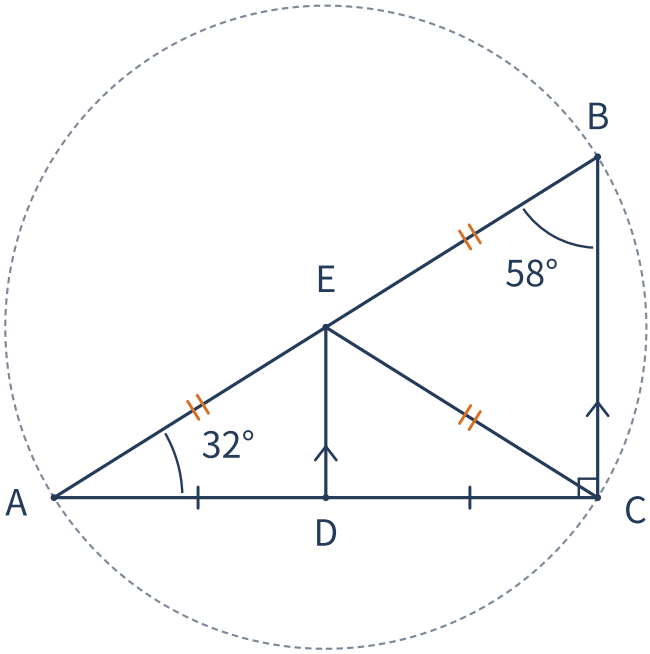
구할 각이 들어 있는 삼각형에서 같은 길이의 두 변을 찾으면 각을 연결할 수 있어요. 앞에서 찾은 빗변의 중점 E가 그 단서예요.

Q 중점임을 알아낸 뒤에는 왜 외심을 사용할까?

구할 각은 ∠BCE예요. 이 각이 들어 있는 삼각형 BCE에서 ∠CBE는 ∠CBA와 같으므로 이미 58°임을 알아요. **두 각을 연결하려면 이 삼각형이 이등변삼각형인지 확인할 수 있어요.**

방금 알아낸 E는 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이에요. 따라서 외심의 성질로 다음을 얻어요.

$$\overline{EA} = \overline{EB} = \overline{EC}$$

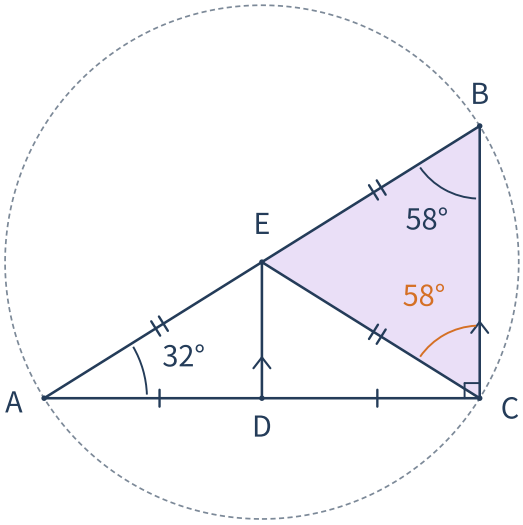


⑤ 답 → ∠BCE = 58°

같아진 두 변을 이용해 이미 아는 각과 구할 각을 연결해요.

삼각형 BCE에서 두 변 BE와 CE의 길이가 같으므로 두 밑각도 같아요. E가 변 AB 위에 있으므로 $\angle CBE = 58°$예요.

$$\angle BCE = \angle CBE = 58°$$



다른 풀이

다른 관계로도 연결할 수 있을까요? $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$이고 $\overline{BC} \perp \overline{AC}$이므로 $\overline{DE} \perp \overline{AC}$예요. 두 삼각형 ADE, CDE에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, 선분 DE 공통, 그 사이의 각이 직각이므로 SAS 합동이에요. 따라서 $\overline{AE} = \overline{CE}$이고 삼각형 ACE의 두 밑각이 각각 32°예요. $\angle BCE = 90° - 32° = 58°$로도 구할 수 있어요.

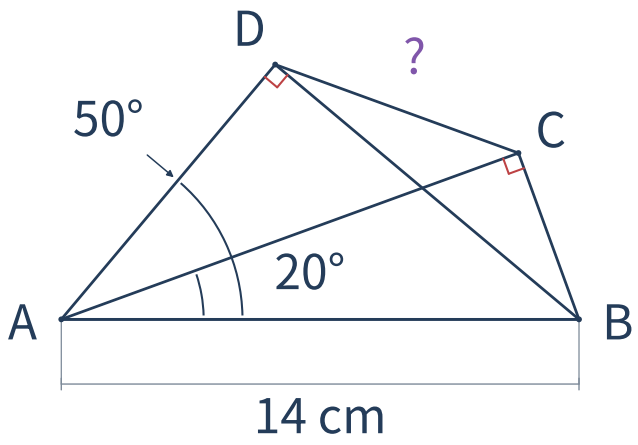
핵심 연결 두 각에서 직각 → 평행선·중점에서 닮음 → 빗변의 중점과 외심 → 같은 두 밑각

빈칸 구조도 심화 2 — 어떤 순서로 연결할까

문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ◯표 하시오.

두 삼각형 ABC, ABD에서 ∠ACB = ∠ADB = 90°이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, ∠CAB = 20°, ∠DAB = 50°이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.

심화 2 구할 것: $\overline{CD}$의 길이



① 새로 잡은 점 M의 자리

(공통 빗변의 중점 / 점 C에서 내린 수선의 발)

② 같은 네 길이

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD}$ = _____

③ 두 이등변삼각형의 꼭지각

∠AMC = _____ °, ∠AMD = _____ °

④ 두 반지름 사이의 각

∠CMD = _____ °

⑤ 답

삼각형 CMD는 (정삼각형 / 직각삼각형)이므로 $\overline{CD}$ = _____ cm

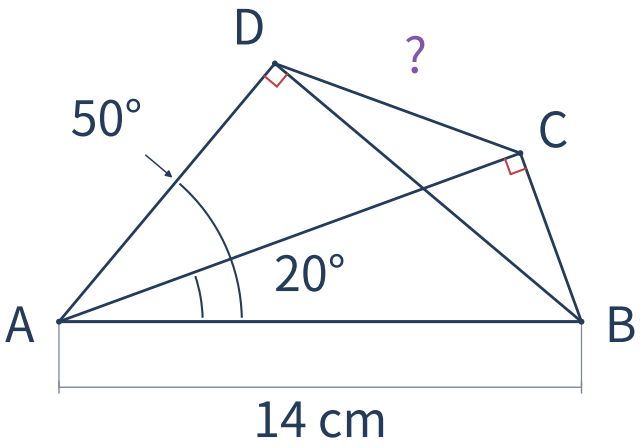
이 문제의 갈림길 공통 빗변의 중점이 바로 알려 준 것은 (네 점까지의 같은 거리 / 두 반지름 사이의 각)이고, $\overline{CD}$를 정하려면 (네 점까지의 같은 거리 / 두 반지름 사이의 각)도 구해야 했다.

심화 2 다시 보기 문제에 없는 빗변의 중점을 왜 새로 잡을까

함께 나온 조건 빗변 AB를 함께 가진 두 직각삼각형

⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 외심(공통 빗변의 중점 M) → 이등변삼각형의 꼭지각 → 정삼각형

문제 두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.



풀이

$\overline{AB}$의 중점을 M이라 정하고 C, D와 연결한다.

M은 두 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 7$이다.

삼각형 AMC가 이등변삼각형이므로 $\angle AMC = 180° - 2 \times 20° = 140°$이다.

삼각형 AMD도 이등변삼각형이므로 $\angle AMD = 180° - 2 \times 50° = 80°$이다.

C와 D가 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있으므로 $\angle CMD = 140° - 80° = 60°$이다.

삼각형 CMD는 두 변이 같고 그 사이의 각이 60°이므로 정삼각형이다.

정삼각형의 세 변이 같으므로 $\overline{CD} = \overline{CM} = 7$ (cm)이다.

단계별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸 · 단계 그림 포함

① 새로 잡은 점 M의 자리 → 공통 빗변의 중점

구할 선분 CD의 양 끝을 한 점과 연결하면 두 직각삼각형의 조건을 함께 쓸 수 있어요. 그 점을 어디에 잡을지 살펴봐요.

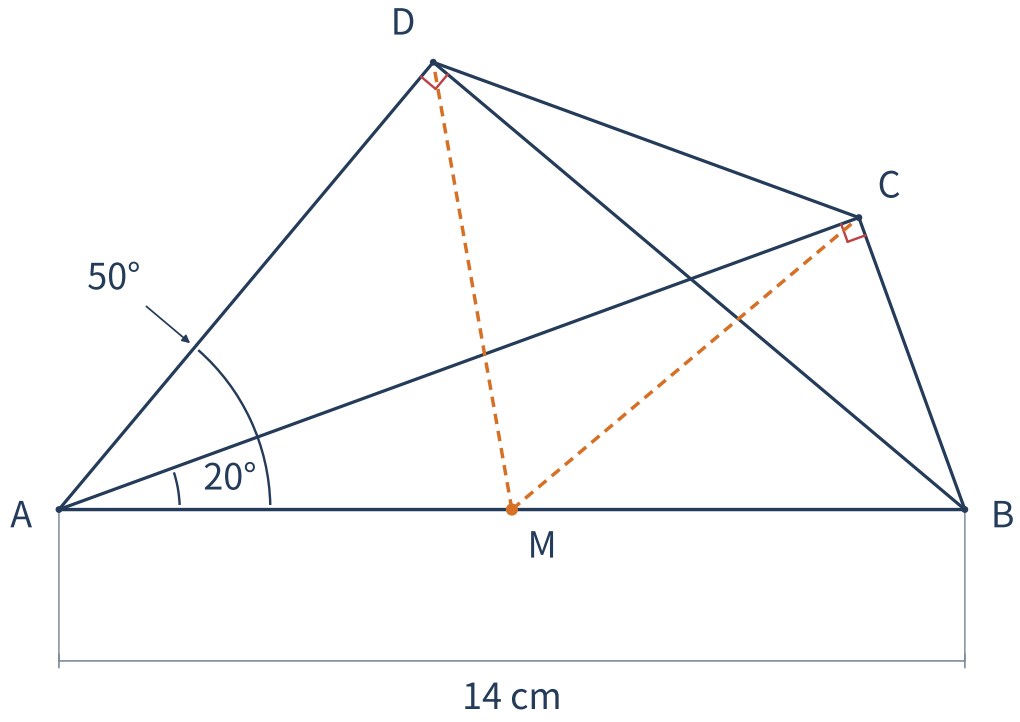
Q 왜 피타고라스 정리부터 쓰기 어려울까?

구할 것은 $\overline{CD}$인데, 처음 주어진 두 직각삼각형 ABC와 ABD의 변에는 $\overline{CD}$가 없어요. 각 삼각형에서 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 식은 세울 수 있지만, 그 식들에는 아직 모르는 변들이 있어요. $\overline{CD}$와 연결되는 관계를 더 찾아야 해요.

Q 무엇이 새로운 점을 잡을 단서일까?

두 직각삼각형은 **같은 빗변 AB**를 가지고 있어요. 직각삼각형의 외심을 이용할 수 있는 자리가 빗변의 중점이므로, 이 점을 두 삼각형을 연결할 점으로 잡아요.

$\overline{AB}$의 중점을 M이라 하고 $\overline{MC}$, $\overline{MD}$를 그어요.



② 같은 네 길이 → $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 7$

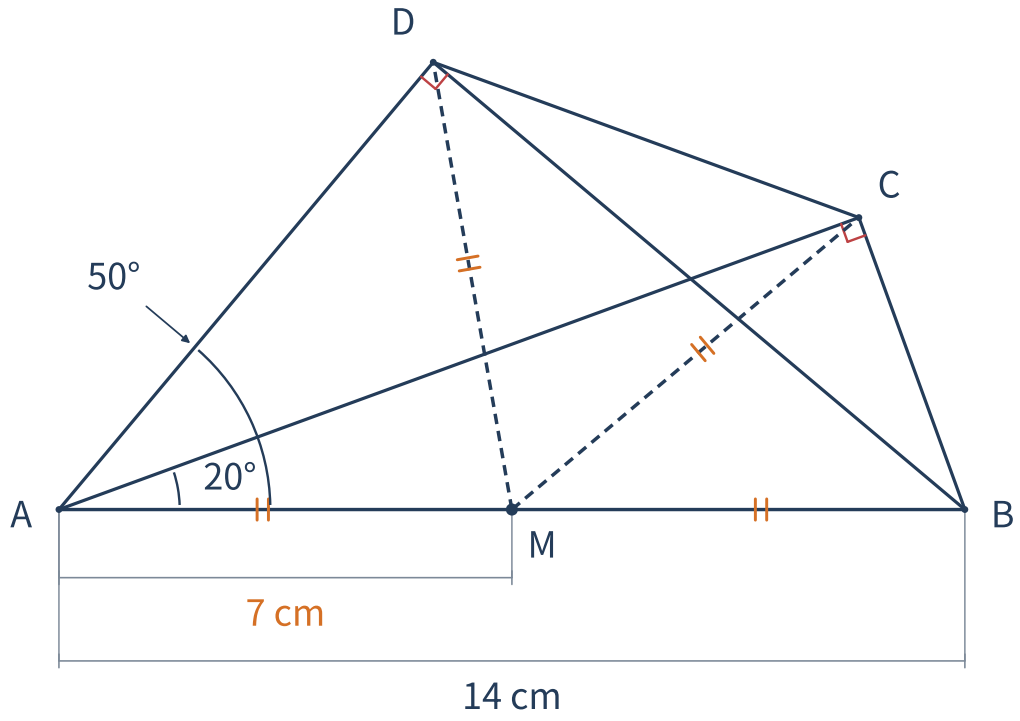
새로 잡은 점 M에서 어떤 길이들이 같아지는지 확인해요. 점을 잡았다는 사실과 그 점에서 얻는 성질을 구별해야 해요.

Q 문제에 없는 점을 잡아도 될까?

$\overline{AB}$의 중점 M을 새로 정하는 것은 원래 도형에 조건을 더 요구하는 것이 아니에요. 선분 AB에는 항상 중점이 있어요. 다만 $\overline{MC}$와 $\overline{MD}$의 길이가 같다는 결론은 **두 삼각형이 직각삼각형이고 $\overline{AB}$가 공통 빗변이기 때문에** 얻는 것이에요. 아무 선분의 중점을 잡아도 이 관계가 생기는 것은 아니에요.

M은 두 직각삼각형의 외심이므로 네 길이가 모두 빗변의 절반이에요. $14 \div 2 = 7$이므로 다음과 같아요.

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 7$$



③ 두 이등변삼각형의 꼭지각 → $\angle AMC = 140°$, $\angle AMD = 80°$

같은 길이를 얻었으니 이등변삼각형의 각을 이용할 수 있어요. 주어진 각을 점 M에서의 각으로 옮겨 연결해요.

Q 같은 두 길이를 얻으면 곧바로 $\overline{CD}$를 알 수 있을까?

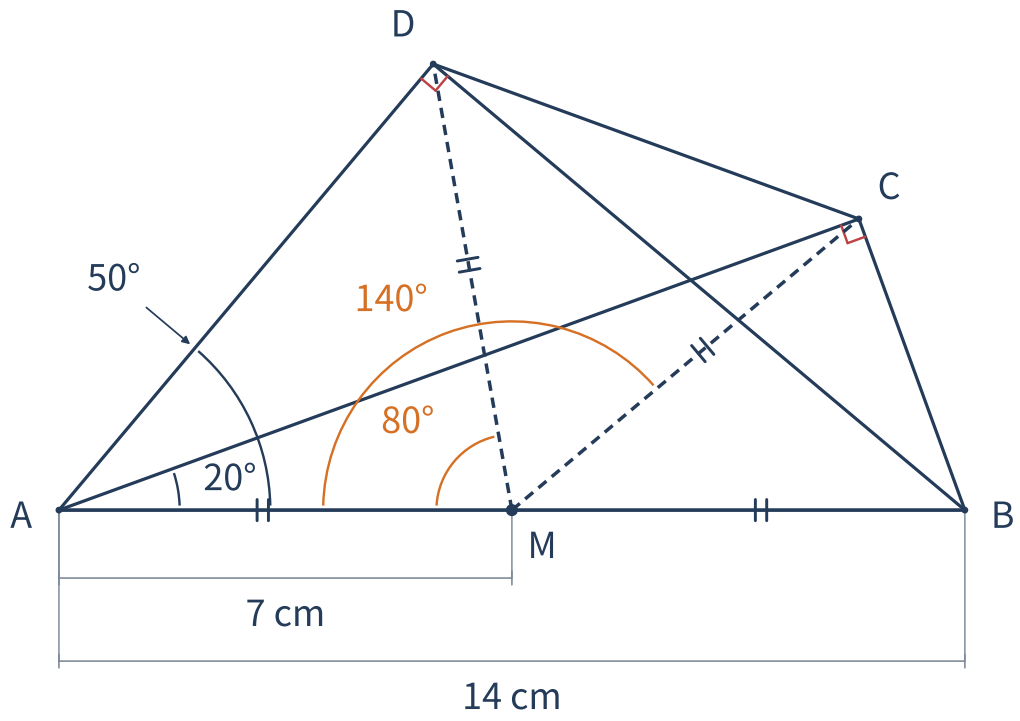
아직은 아니에요. 삼각형 CMD가 이등변삼각형이라는 것만으로 밑변 CD의 길이가 정해지지는 않아요. 이제 주어진 두 각을 ∠CMD와 연결해요.

삼각형 AMC는 $\overline{MA}$와 $\overline{MC}$의 길이가 같으므로 ∠MAC = ∠ACM = 20°예요. 따라서 다음과 같아요.

$$\angle AMC = 180° - 2 \times 20° = 140°$$

마찬가지로 삼각형 AMD에서 ∠MAD = ∠ADM = 50°이므로 다음과 같아요.

$$\angle AMD = 180° - 2 \times 50° = 80°$$

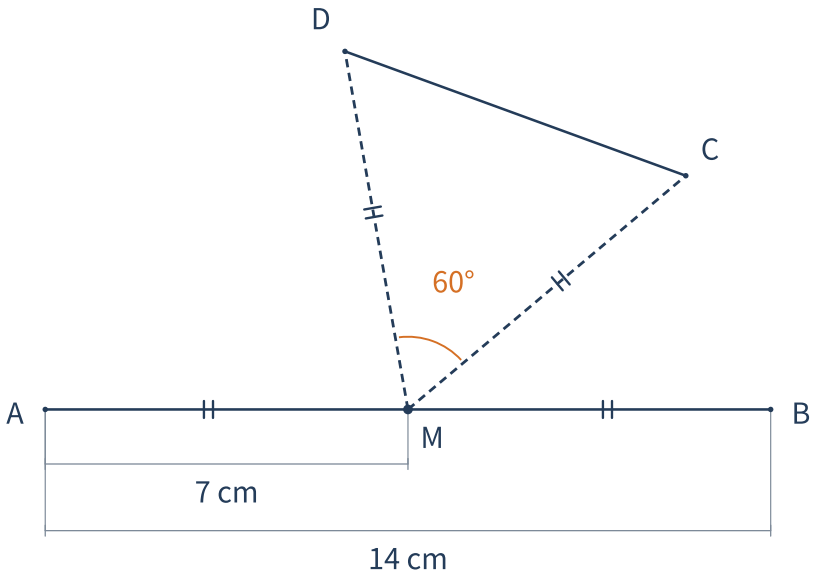


④ 두 반지름 사이의 각 → ∠CMD = 60°

선분 CD의 양 끝으로 이어지는 두 반지름 MC, MD가 만드는 각을 찾아요.

∠AMC와 ∠AMD는 $\overline{MA}$를 공통인 변으로 가지는 두 각이에요. 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있으므로, 작은 각 ∠AMD는 큰 각 ∠AMC 안에 들어가요. 그래서 ∠CMD는 두 각의 차예요.

$$\angle CMD = 140° - 80° = 60°$$



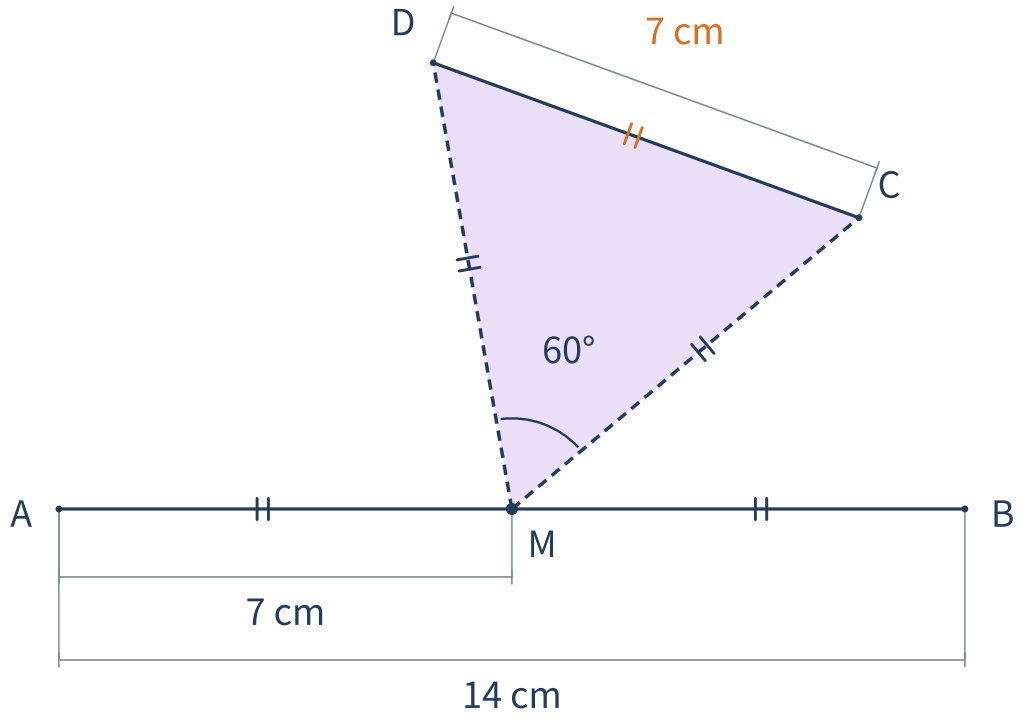
⑤ 답 → 정삼각형, $\overline{CD} = 7$ cm

두 반지름과 그 사이의 각으로 삼각형 CMD의 모양을 확인하면 남은 변 CD의 길이도 알 수 있어요.

Q 그다음 관계는 무엇일까?

삼각형 CMD는 두 변 CM, DM의 길이가 같고 그 사이의 각이 60°이므로 나머지 두 각도 각각 60°예요. 따라서 정삼각형이에요.

$\overline{CD} = \overline{CM} = 7\,(\text{cm})$



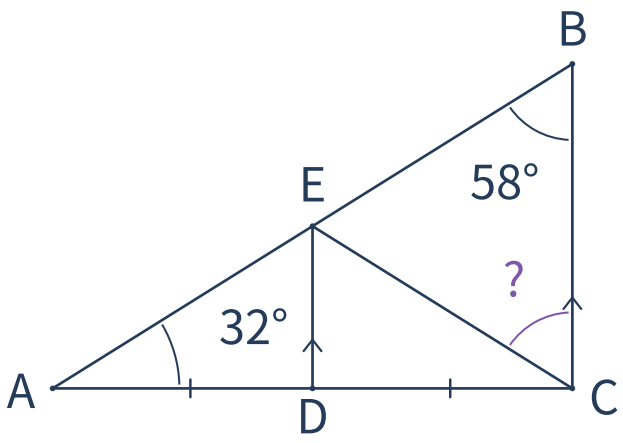
핵심 연결 공통 빗변의 중점 → 같은 네 거리 → 이등변삼각형의 꼭지각 → 두 각의 차 → 정삼각형

빈칸 구조도 심화 1·2 모아 보기 — 빗변의 중점은 어떻게 얻었을까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 문제 문장에 '빗변의 중점'이라는 말이 없다.

심화 1 구할 것: ∠BCE의 크기



① 빗변의 중점을 얻은 방법

(조건으로 찾아냈다 / 새로 잡았다)

② 그 중점에서 같아진 길이

$\overline{EA} = \overline{EB} =$ _____

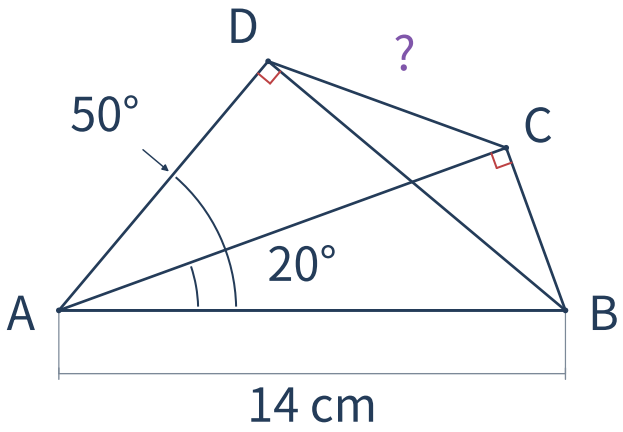
③ 답을 정할 때 마지막으로 쓴 성질

(두 밑각이 같다 / 세 변이 같다)

④ 답

∠BCE = _____ °

심화 2 구할 것: $\overline{CD}$의 길이



① 빗변의 중점을 얻은 방법

(조건으로 찾아냈다 / 새로 잡았다)

② 그 중점에서 같아진 길이

$\overline{MC} = \overline{MD} =$ _____

③ 답을 정할 때 마지막으로 쓴 성질

(두 밑각이 같다 / 세 변이 같다)

④ 답

$\overline{CD}$ = _____ cm

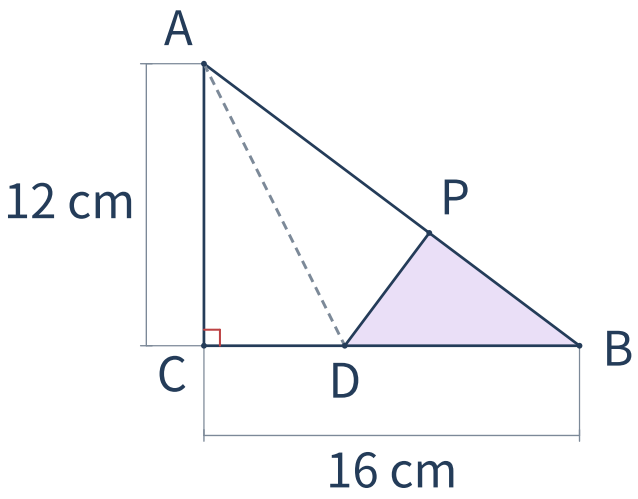
두 문제를 비교하면 두 문제 모두 빗변의 중점을 얻은 (뒤에 / 앞에) 외심을 썼다. 빗변의 중점을 얻는 방법은 두 문제가 (같다 / 다르다).

빈칸 구조도 심화 3 — 어떤 순서로 연결할까

문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.

심화 3 구할 것: 삼각형 BPD의 둘레의 길이



① 접어서 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

$\triangle ACD \equiv \triangle$ _____

② 접기로 같아진 두 길이

$\overline{AP}$ = _____ cm, $\overline{PD}$ = _____

③ 빗변의 길이

$\overline{AB}$ = _____ cm

④ 둘레를 두 부분으로

$\overline{BP}$ = _____ cm, $\overline{PD} + \overline{DB}$ = _____

⑤ 답

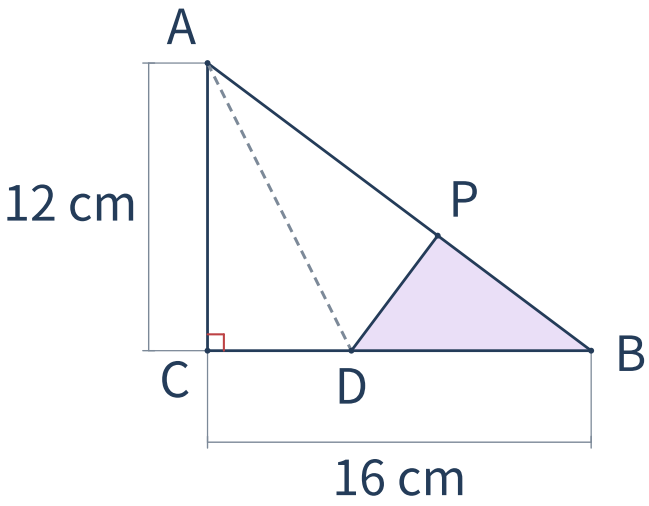
삼각형 BPD의 둘레 = _____ cm

이 문제의 갈림길 접은 두 삼각형은 (합동 / 닮음)이므로 $\overline{PD}$를 $\overline{CD}$로 바꿔, 남은 두 길이를 (한 변 BC / 빗변 AB)로 묶었다.

심화 3 다시 보기 직각삼각형의 둘레를 구하는데 왜 각 변부터 계산하지 않을까

함께 나온 조건 접은 도형(접는 선 AD) ⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 합동(접기)
→ 피타고라스 정리 → 같은 길이로 바꿔 둘레 묶기

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.

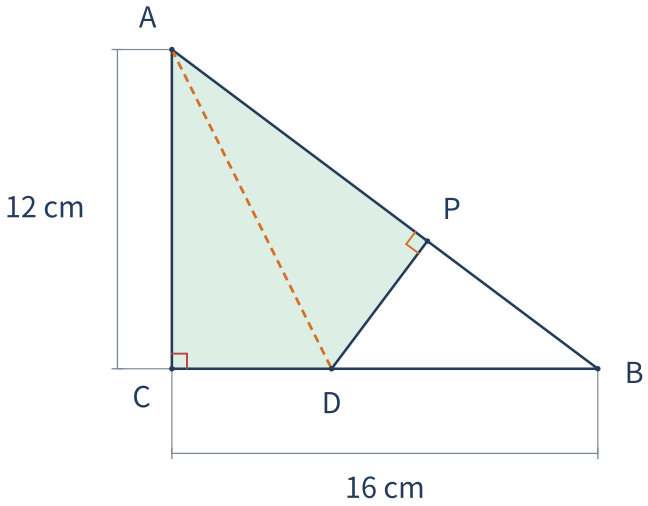


풀이

접기로 $\triangle ACD \equiv \triangle APD$이므로 $\overline{AP} = \overline{AC} = 12$, $\overline{PD} = \overline{CD}$이다. 피타고라스 정리로 $\overline{AB}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$이므로 $\overline{AB} = 20$이고 $\overline{BP} = 20 - 12 = 8$이다. D가 변 BC 위에 있으므로 $\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16$이다. 따라서 삼각형 BPD의 둘레는 $8 + 16 = 24$ cm이다.

① 접어서 합동인 두 삼각형(대응 순서대로) → △ACD ≡ △APD

접기 전후 도형은 합동이에요. 접는 선 AD 위의 A, D는 움직이지 않고 C가 P로 옮겨지므로 대응은 A↔A, C↔P, D↔D예요. 따라서 △ACD ≡ △APD이고 ∠APD = ∠ACD = 90°예요.



② 접기로 같아진 두 길이 → $\overline{AP} = 12$ cm, $\overline{PD} = \overline{CD}$

합동을 확인했으니 대응하는 변을 찾아 주어진 길이를 옮겨 써요. 접는 선 위의 점이 움직이지 않는다는 점이 중요해요.

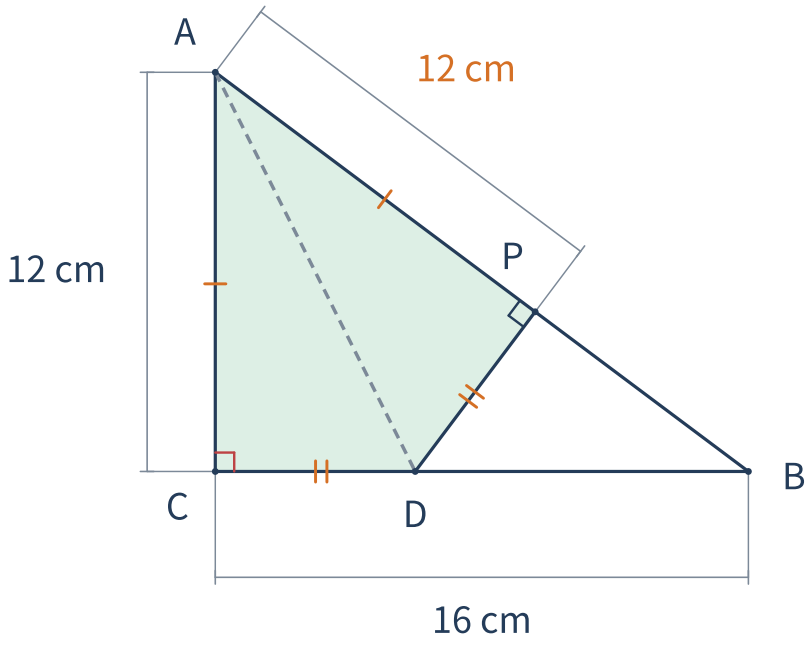
Q 접는 선 위의 점에서는 어떤 관계를 얻을까?

접는 선 위의 A와 D는 접어도 움직이지 않고, C는 P로 옮겨져요. 따라서 $\overline{AC}$는 $\overline{AP}$로, $\overline{DC}$는 $\overline{DP}$로 옮겨져요. 접기 전후에 길이가 같으므로 다음을 얻어요.

$$\overline{AP} = \overline{AC} = 12$$

$$\overline{DP} = \overline{DC}$$

여기서 $\overline{DP}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같다는 근거는 D가 임의의 점이어서가 아니라 **접는 선 위의 움직이지 않는 점이기 때문**이에요.



③ 빗변의 길이 → $\overline{AB} = 20$ cm

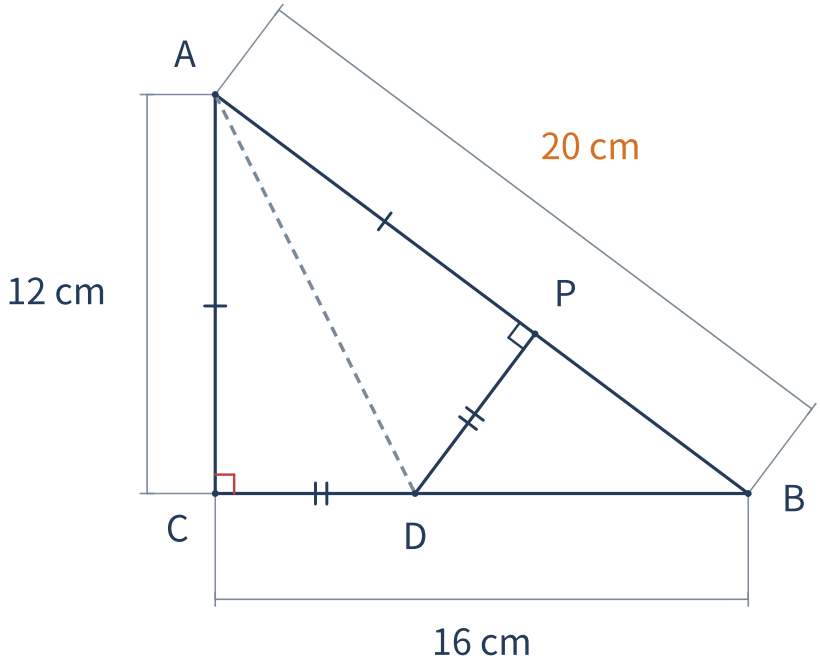
둘레의 한 변 BP를 구하려면, P가 놓인 빗변 AB의 전체 길이를 먼저 알아야 해요.

Q 피타고라스 정리는 어느 삼각형에서 먼저 쓸까?

$\overline{BP}$를 구하려면 P가 놓인 $\overline{AB}$의 전체 길이가 필요해요. 삼각형 ABC는 C가 직각이고 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 모두 아니까 다음과 같이 구해요.

$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$$

길이는 양수이므로 $\overline{AB}$의 길이는 20 cm예요.



④ 둘레를 두 부분으로 → $\overline{BP}$ = 8 cm, $\overline{PD}$ + $\overline{DB}$ = $\overline{BC}$

둘레를 이루는 세 길이를 살펴보고, 바로 구할 부분과 합으로 구할 부분을 나누어요.

Q 무엇을 구해야 할까?

삼각형 BPD의 둘레는 다음 세 길이의 합이에요.

$$\overline{BP} + \overline{PD} + \overline{DB}$$

처음에는 이 세 길이를 모두 몰라요. 그렇다고 세 길이를 각각 구해야 하는 것은 아니에요. **주어진 길이로 바로 구할 수 있는 부분과, 같은 길이로 바꾸면 합쳐지는 부분**을 나누어 살펴봐요.

P는 변 AB 위에 있고 $\overline{AP}$의 길이는 12 cm이므로 다음과 같아요.

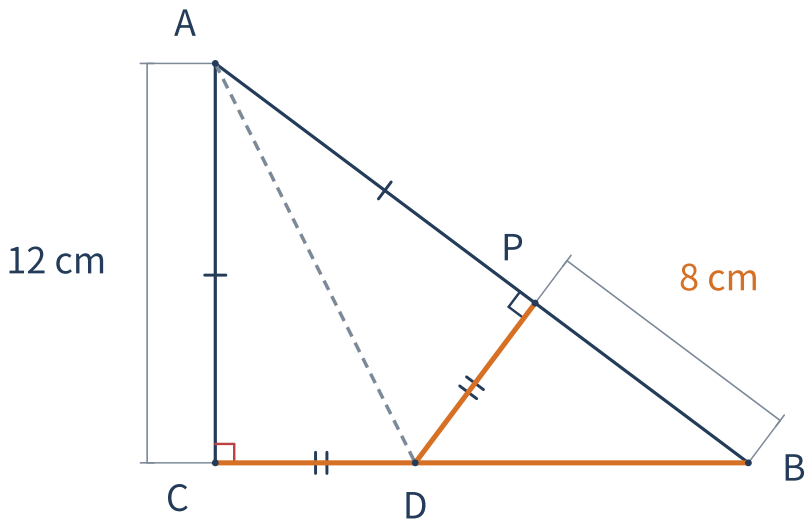
$$\overline{BP} = 20 - 12 = 8$$

Q 남은 두 길이를 각각 구해야 할까?

둘레에서 $\overline{PD}$를 $\overline{DC}$로 바꾸어 봐요. D는 변 BC 위에 있으므로 $\overline{DC}$와 $\overline{DB}$를 더하면 $\overline{BC}$예요.

$$\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{DC} + \overline{DB}$$

$$\overline{DC} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16$$



$$\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16 \text{ cm}$$

⑤ 답 → 24 cm

둘레의 세 길이를 두 부분으로 묶어 필요한 값을 모두 얻었어요. 각 길이를 따로 구해야 하는지 목표와 비교해요.

Q 구할 삼각형에서도 피타고라스를 쓸 수 있지 않을까?

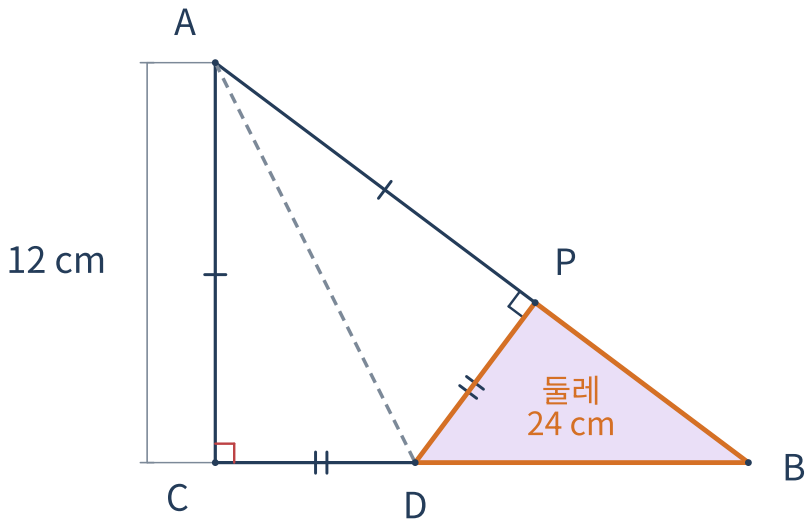
접기 전 ∠ACD가 직각이므로 접은 뒤 ∠APD도 직각이에요. A, P, B가 한 직선 위에 있으므로 삼각형 BPD 역시 P가 직각이에요. 따라서 다음 식도 맞아요.

$$\overline{PD}^2 + 8^2 = \overline{BD}^2$$

다만 이 식에는 아직 모르는 길이가 둘 있어요. 접기에서 얻은 관계까지 연결하면 각 길이도 구할 수 있지만, 목표는 두 길이의 합이에요. 이미 그 합이 16 cm임을 알았으므로 개별 길이를 구하는 계산은 더 하지 않아도 돼요. **같은 피타고라스 정리도 어느 삼각형에서 쓰느냐에 따라 지금 필요한 값을 바로 얻을 수도, 관계가 하나 더 필요할 수도 있어요.**

둘레는 $\overline{BP}$와 $\overline{PD} + \overline{DB}$의 합이므로 다음과 같아요.

$$8 + 16 = 24\,(\text{cm})$$



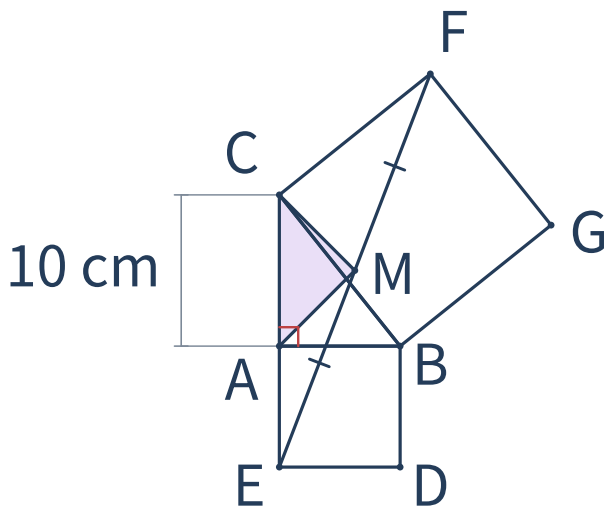
핵심 연결 접은 두 삼각형의 합동 → 큰 직각삼각형의 빗변 → 같은 길이로 바꾸기 → 둘레의 합

빈칸 구조도 심화 4 — 어떤 순서로 연결할까

문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.

심화 4 구할 것: 삼각형 ACM의 넓이



H, N은 F, M에서 새로 그은 선이 직선 AC와 만나는 점이다.

① 새로 그은 선

F와 M에서 직선 AC에 (수선을 내린다 / 비스듬한 선을 긋는다)

② 합동인 두 직각삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건

△ABC ≡ △_____

(RHA / RHS) 합동

③ 합동으로 옮겨 온 높이

$\overline{FH}$ = _____ = _____ cm

④ 중점으로 구한 높이

$\overline{MN}$ = _____ cm

⑤ 답

삼각형 ACM의 넓이 = _____ cm^2

이 문제의 갈림길 정사각형의 두 변 BC, CF를 두 직각삼각형의 (빗변 / 밑변)으로 보고, 높이 $\overline{FH}$를 원래 삼각형의 (변 AC / 변 AB)로 옮겼다.

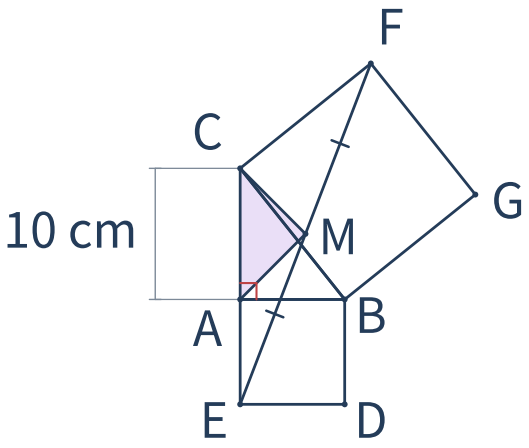
심화 4 다시 보기 빗변의 수치를 몰라도 합동으로 높이를 옮길 수 있을까

함께 나온 조건 정사각형의 같은 두 변과 직각

⇒ **떠올린 개념** 직각삼각형의 합동(RHA, 수선을 그어 만든다)

→ 직각삼각형의 닮음(중점, 닮음비 1 : 2) → 삼각형의 넓이

문제 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



풀이

F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발을 H, N이라 한다. 정사각형의 수직 관계로 E, A, C, H는 한 직선 위에 있다. $\angle HCF = 180° - (90° + \angle BCA) = \angle ABC$이고 두 직각삼각형의 빗변 BC, CF가 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle HCF$(RHA 합동)이다. 따라서 $\overline{FH} = \overline{AC} = 10$이다. E의 각이 공통이고 N, H가 직각이므로 $\triangle EMN \backsim \triangle EFH$이다. M은 선분 EF의 중점이므로 닮음비 1 : 2에서 $\overline{MN} = 5$를 얻는다. 삼각형 ACM의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25\,\text{cm}^2$이다.

단계별로 다시 보기

빈칸 구조도의 같은 번호 칸 · 단계 그림 포함

① 새로 그은 선 → 수선을 내린다

목표 넓이를 구하려면 밑변에 수직인 높이가 필요해요. 알려진 길이를 그 높이와 연결할 수 있도록 보조선을 찾아요.

Q 먼저 무엇을 떠올릴까?

정사각형의 변은 길이가 같고 이웃한 두 변은 수직이에요. 원래 직각삼각형에서 피타고라스를 쓸 수 있고, 정사각형 때문에 생긴 같은 길이와 각을 닮음·합동에 쓸 수도 있어요.

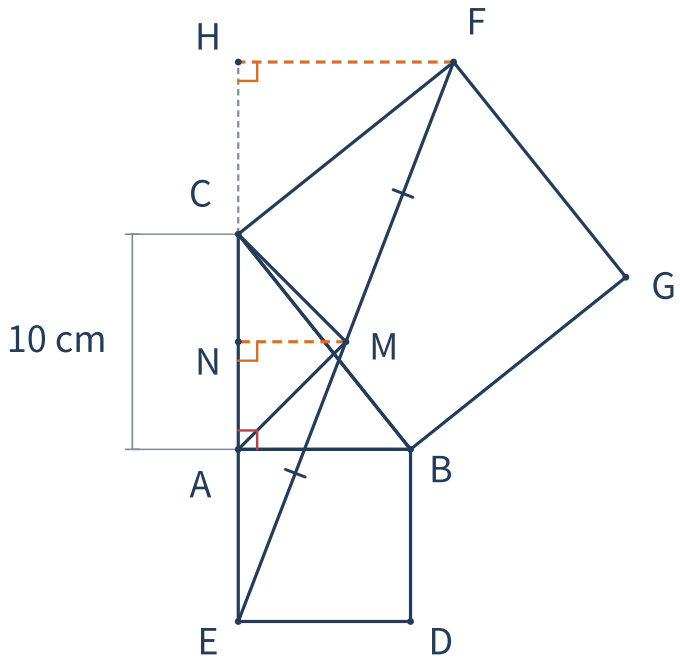
Q 어디서 막힐까?

삼각형 ABC에서는 $\overline{AC}$의 길이만 알아요. 피타고라스 식 하나로 나머지 두 변을 각각 정할 수는 없어요. 하지만 목표는 삼각형 ABC의 모든 변이 아니라 **삼각형 ACM의 넓이**예요. 밑변을 $\overline{AC}$로 잡으면 M에서 직선 AC까지의 수직인 거리만 더 알면 돼요.

Q 어떤 조건을 더 연결할까?

F와 M에서 직선 AC에 내린 수선의 발을 각각 H, N이라 해요. 먼저 F의 높이를 원래 삼각형과 연결하고, 그다음 M이 $\overline{EF}$의 중점이라는 조건을 써요.

정사각형 ABDE에서 $\overline{AE}$는 $\overline{AB}$에 수직이고, $\overline{AC}$도 $\overline{AB}$에 수직이에요. 따라서 E, A, C, H는 한 직선 위에 있어요.



② 합동인 두 직각삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건 → △ABC ≡ △HCF, RHA 합동

새로 만든 직각삼각형을 원래 직각삼각형과 비교해요. 정사각형의 같은 두 변과 수직 관계가 합동의 단서예요.

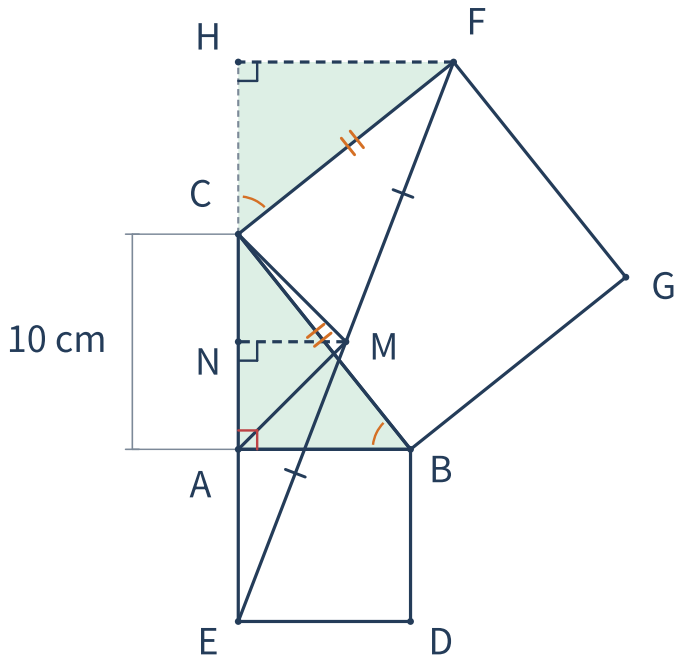
Q 왜 F의 높이를 원래 삼각형과 비교할까?

정사각형 BCFG에서 $\overline{BC} = \overline{CF}$이고 $\angle BCF = 90°$예요. 정사각형이 바깥쪽에 있어 $\angle FCA = 90° + \angle BCA$이고, H는 변 AC의 C쪽 연장선 위에 있어요. 따라서 같은 예각을 다음과 같이 확인해요.

$$\angle HCF = 180° - (90° + \angle BCA)$$

$$\angle HCF = 90° - \angle BCA = \angle ABC$$

$\angle BAC = \angle CHF = 90°$이고 빗변 BC, CF가 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle HCF$인 RHA 합동이에요. 대응은 A↔H, B↔C, C↔F예요.

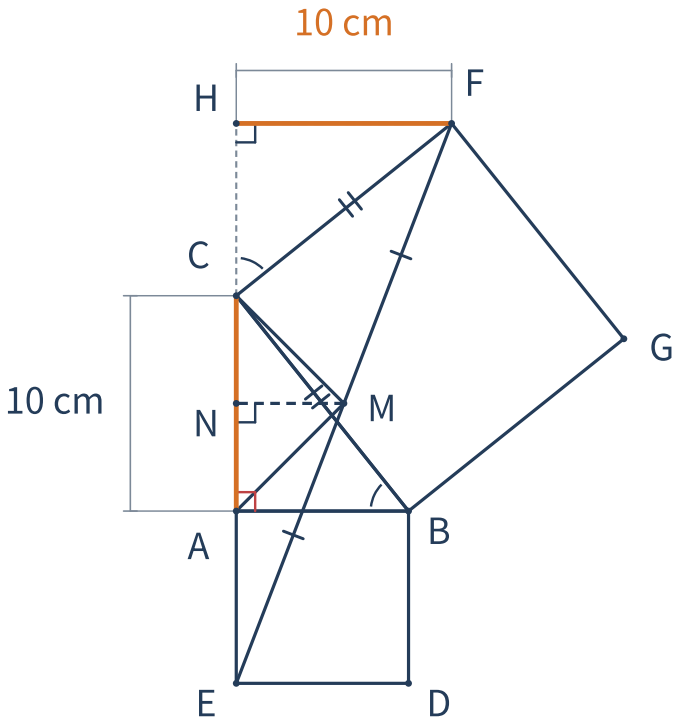


③ 합동으로 옮겨 온 높이 → $\overline{FH} = \overline{AC} = 10\,cm$

합동인 두 삼각형의 대응변을 찾으면 알려진 길이를 높이로 옮길 수 있어요. 빗변의 수치까지 구해야 하는지 구별해요.

Q 왜 빗변을 먼저 계산하지 않았을까?

필요한 것은 빗변의 수치가 아니라 두 빗변의 길이가 같다는 사실이에요. 빗변과 한 예각이 각각 같은 두 직각삼각형의 RHA 합동으로 $\overline{FH} = \overline{AC} = 10$을 얻을 수 있어요. 모든 변의 수치를 몰라도 목표 넓이에 필요한 높이는 정할 수 있어요.



④ 중점으로 구한 높이 → $\overline{MN} = 5$ cm

앞에서 구한 F의 높이를 M의 높이와 연결해야 해요. M이 선분 EF의 중점이라는 조건을 살펴봐요.

Q 중간 결과 뒤에는 무엇을 확인할까?

방금 구한 것은 F의 높이이고, 목표에 필요한 것은 M의 높이예요. E, M, F는 한 직선 위에 있고, E, N, H도 한 직선 위에 있어요. $\overline{MN}$과 $\overline{FH}$는 둘 다 직선 AC에 수직이므로 평행해요. E의 각이 공통이고 N, H가 직각이므로 AA 닮음이에요.

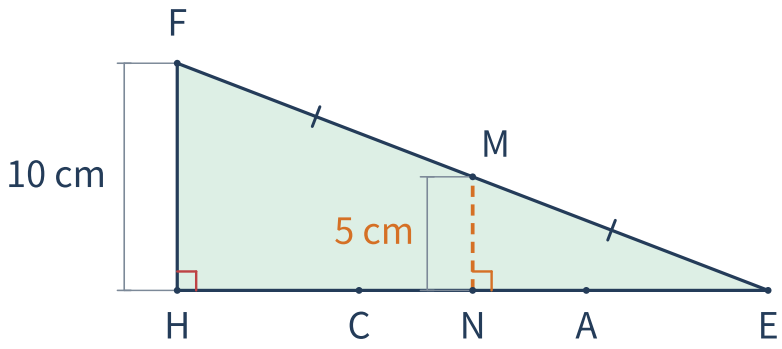
$$\triangle EMN \backsim \triangle EFH$$

M은 $\overline{EF}$의 중점이므로 닮음비는 1 : 2예요.

$$\overline{MN} : \overline{FH} = \overline{EM} : \overline{EF}$$

$$\overline{EM} : \overline{EF} = 1 : 2$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

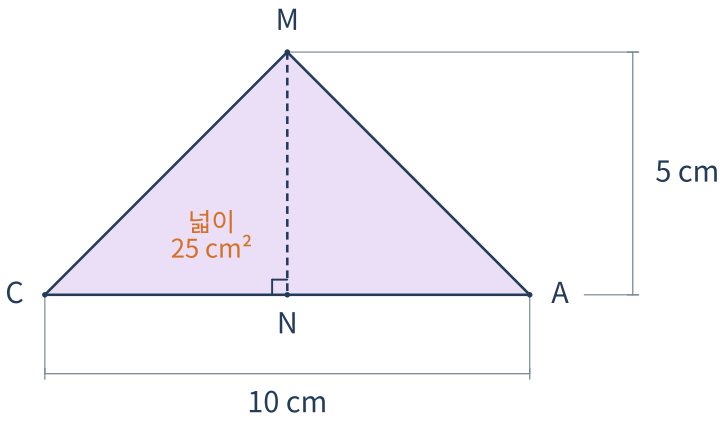


⑤ 답 → 25 cm²

이제 삼각형 ACM의 밑변과 그에 수직인 높이를 모두 알았으므로 넓이를 구해요.

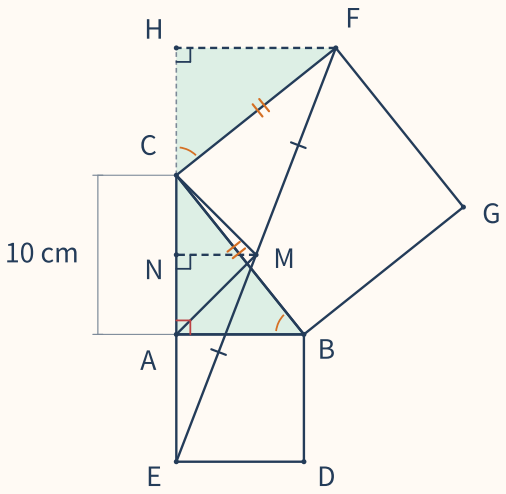
밑변 AC는 10 cm이고 그에 수직인 높이 MN은 5 cm예요.

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25\,(\text{cm}^2)$$



다른 풀이

$\angle BAC = \angle CHF = 90°$, $\angle ABC = \angle HCF$이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HCF$인 AA 닮음으로 보아도 돼요. 대응하는 빗변 BC, CF의 길이가 같아 닮음비가 1 : 1이고, 따라서 $\overline{FH} = \overline{AC} = 10$이에요. 또 $\triangle EMN \backsim \triangle EFH$의 닮음비는 1 : 2이므로 $\overline{MN} = 5$이고 목표 넓이는 25 cm^2예요.



H, N은 F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발

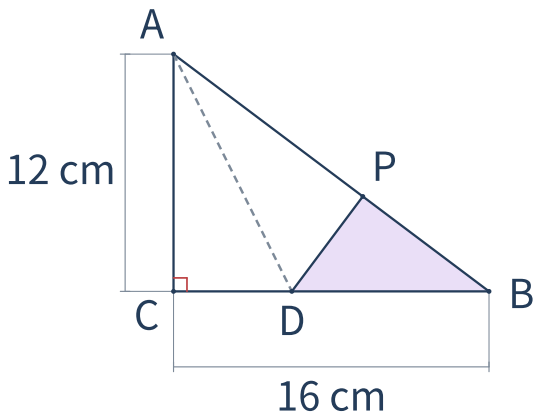
핵심 연결 목표 높이에 수선 → RHA 합동으로 높이 옮기기 → 중점과 닮음비 → 높이로 넓이 계산

빈칸 구조도 심화 3·4 모아 보기 — 합동으로 무엇을 옮겼을까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 빗변이 같은 두 직각삼각형이 그림 속에 숨어 있다.

심화 3 구할 것: 삼각형 BPD의 둘레의 길이



∠C = 90°, 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 접어 C가 변 AB 위의 점 P로 옮겨졌다.

① 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭

(접었다 / 수선을 그었다)

② 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

△ACD ≡ △_____

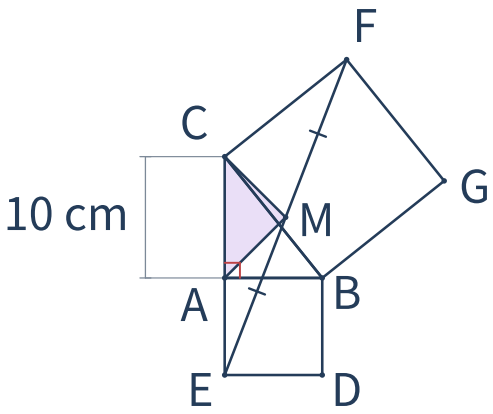
③ 합동으로 옮긴 길이

$\overline{PD}$ = _____

④ 답

둘레 = _____ cm

심화 4 구할 것: 삼각형 ACM의 넓이



∠BAC = 90°, ABDE와 BCFG는 정사각형, M은 $\overline{EF}$의 중점이다. H, N은 F, M에서 새로 그은 선이 직선 AC와 만나는 점이다.

① 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭

(접었다 / 수선을 그었다)

② 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

△ABC ≡ △_____

③ 합동으로 옮긴 길이

$\overline{FH}$ = _____

④ 답

넓이 = _____ cm^2

두 문제를 비교하면 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭은 두 문제가 (같다 / 다르다).

하지만 '합동 → 같은 길이로 옮기기 → 목표'의 순서는 (같다 / 다르다).

3 전체 조건 개념 지도

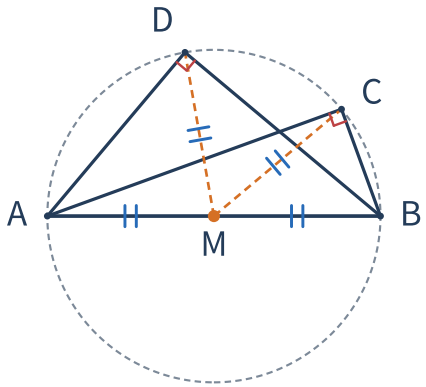
도구 6 빗변의 중점이 숨어 있을 때

무엇을 확인할까? 어느 꼭짓점이 직각인가요? 두 각의 합이 90°인가요? 두 직각삼각형이 같은 빗변을 가졌나요? 무게중심을 지나는 중선이 빗변에 닿나요?

직각삼각형 ABC에서 빗변 AB의 중점 M을 찾거나 새로 잡으면 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$예요. 삼각형 ABD도 빗변 AB를 가진 직각삼각형이면 $\overline{MD}$까지 같아요.

삼각형의 중선은 꼭짓점과 맞은편 변의 중점을 이은 선분이에요. 무게중심은 세 중선이 만나는 점이며, 중선을 꼭짓점 쪽에서 2 : 1로 나누어요. 따라서 무게중심 G가 있으면 직선 CG는 빗변의 중점 M을 지나고 $\overline{CG} : \overline{GM} = 2 : 1$이에요.

같은 거리를 얻어도 두 반지름 사이의 각은 이등변삼각형의 각으로 따로 구해야 해요.



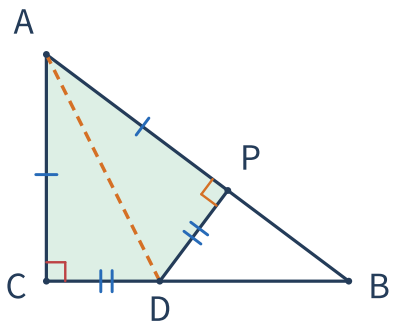
도구 7 같은 빗변이 숨어 있을 때

무엇을 확인할까? 종이를 접어 생긴 도형인가요? 접는 선 위에서 움직이지 않는 점은 무엇인가요? 정사각형의 같은 두 변을 빗변으로 하는 직각삼각형을 수선으로 만들 수 있나요? 두 삼각형의 한 예각도 같은가요?

접는 선 AD 위의 A, D는 움직이지 않고 C가 P로 옮겨지면 접기 전후 두 삼각형은 합동이에요.

$$\triangle ACD \equiv \triangle APD$$

수선을 그어 만든 두 직각삼각형에서 빗변과 한 예각이 각각 같으면 RHA 합동이에요. 합동을 확인하면 대응하는 길이와 높이를 옮겨 쓸 수 있어요.

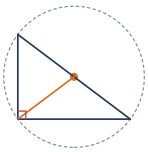


전체 조건 개념 지도

직각삼각형이 보이면

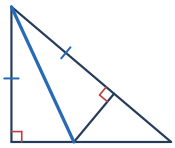
함께 나온 조건은 무엇인가? 그 조건이 떠올리게 하는 개념은 무엇인가?

식의 문자: $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 M은 빗변 AB의 중점, H는 C에서 빗변에 내린 수선의 발, G는 삼각형 ABC의 무게중심, D는 빗변 AB를 함께 가지는 또 다른 직각삼각형 ABD의 꼭짓점이다.

1 

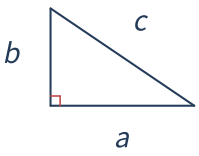
함께 나온 조건 **빗변의 중점**
→ 직각삼각형의 외심 기본편

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$(빗변의 절반) — 같은 두 변이 생기면 두 밑각도 같다

2 

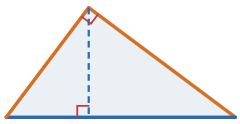
함께 나온 조건 **빗변이 같은 두 직각삼각형**
→ 직각삼각형의 합동 기본편 심화 1 다른 풀이

빗변과 한 예각 → RHA 합동, 빗변과 다른 한 변 → RHS 합동(직각을 낀 두 변 → SAS 합동)

3 

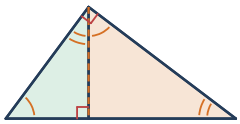
함께 나온 조건 **같은 직각삼각형의 두 변**
→ 피타고라스 정리 심화 3

$a^2 + b^2 = c^2$ (c는 직각의 맞은편 변) — 직각 표시가 없으면 직각부터 확인한다

4 

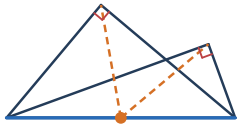
함께 나온 조건 **넓이, 또는 한 변에 수직인 높이**
→ 삼각형의 넓이 심화 4

밑변 × 그 밑변에 수직인 높이 ÷ 2 — 밑변을 바꿔도 넓이는 같다

5 

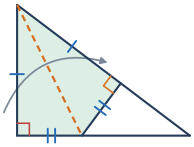
함께 나온 조건 **빗변에 내린 수선, 평행선과 중점**
→ 직각삼각형의 닮음 심화 1 심화 4

$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB}$ — 삼각형의 한 변의 중점을 지나 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지난다(닮음비 1 : 2)

6 

함께 나온 조건 **숨은 빗변의 중점 — 두 각의 합 90°, 공통 빗변**
→ 직각삼각형의 외심 심화 1 심화 2

빗변의 중점 M을 찾거나 새로 잡아 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}(= \overline{MD})$ — 무게중심 G가 있으면 직선 CG가 빗변의 중점을 지난다

7 

함께 나온 조건 **숨은 같은 빗변 — 접은 도형, 정사각형의 두 변**
→ 직각삼각형의 합동 심화 3 심화 4

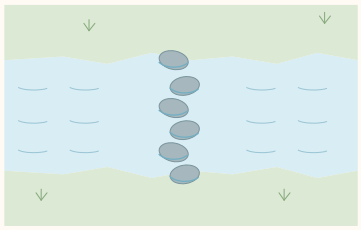
접은 두 삼각형은 합동 — 정사각형의 두 변이 두 직각삼각형의 빗변이고 한 예각의 크기도 같으면 RHA 합동

비유 **강을 건너는 세 가지 방법**

강을 바로 건널 수 없을 때 물속의 징검다리를 찾아보거나, 다리를 새로 놓거나, 섬을 거쳐 몇 번으로 나누어 건널 수 있어요. 도형에서도 조건에 숨어 있는 직각·중점을 찾거나, 필요한 선을 긋거나, 구할 것을 합·차로 나누어 연결할 수 있어요.

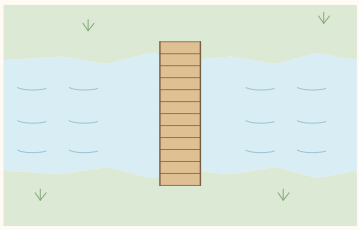
비유의 한계 보조선을 마음대로 그을 수는 있지만, 같은 길이·직각이라는 결론은 반드시 주어진 조건으로 확인해야 해요.

징검다리 찾기



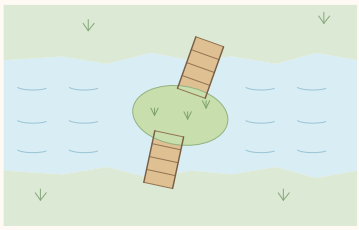
→ 숨은 직각·중점 찾기

다리 새로 놓기



→ 필요한 선 긋기

섬을 거쳐 나누어 건너기



→ 합·차로 나누어 연결하기

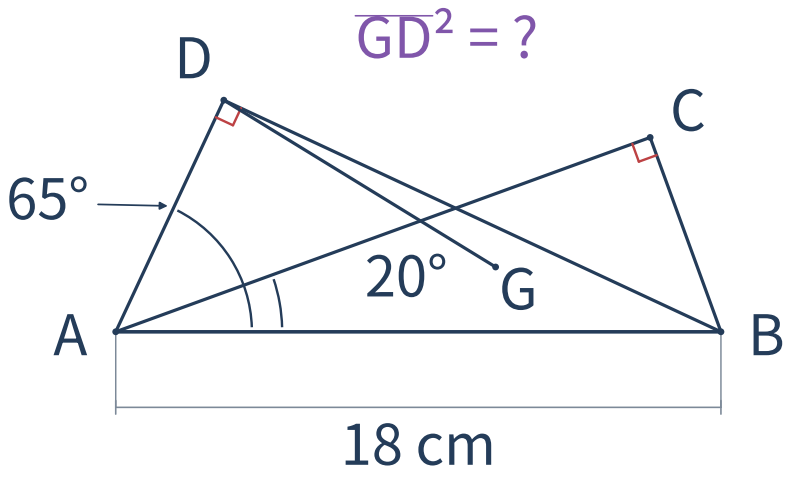
답이 안 나오면

주어진 각·평행·중점으로 아직 표시되지 않은 사실을 찾을 수 있는지 확인해요. 필요한 직각삼각형이 없으면 수선을 그어 만들고, 목표가 여러 길이의 합이면 같은 길이로 바꾸어 묶을 수 있는지 살펴봐요. 한 관계로 얻은 값이 목표 자체인지도 확인해요. 숨은 사실 찾기, 점·선 새로 정하기, 목표를 바꾸어 쓰기는 한 문제에서 이어 사용할 수 있어요.

4 바꿔 풀기

바꿔 풀기 1

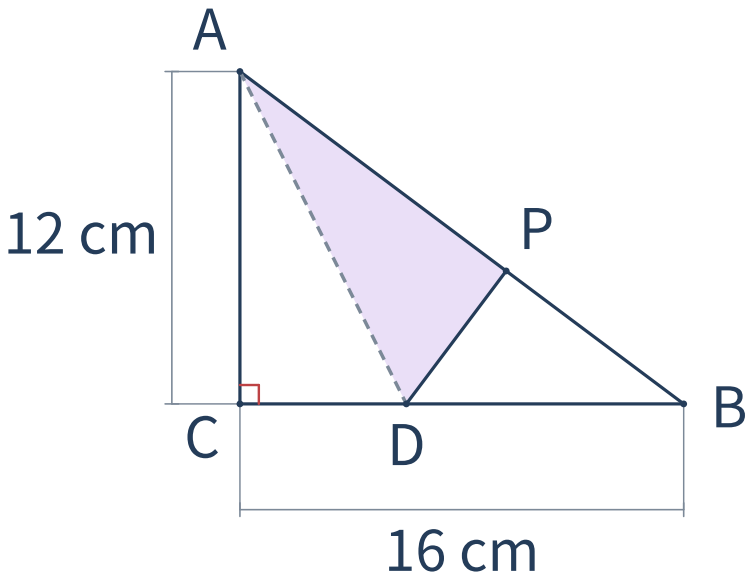
두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. $\overline{AB}$의 길이는 18 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 65°$이다. G는 삼각형 ABC의 무게중심이다. 선분 GD의 길이의 제곱을 구하시오.



풀이

바꿔 풀기 2

삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 APD의 넓이를 구하시오.



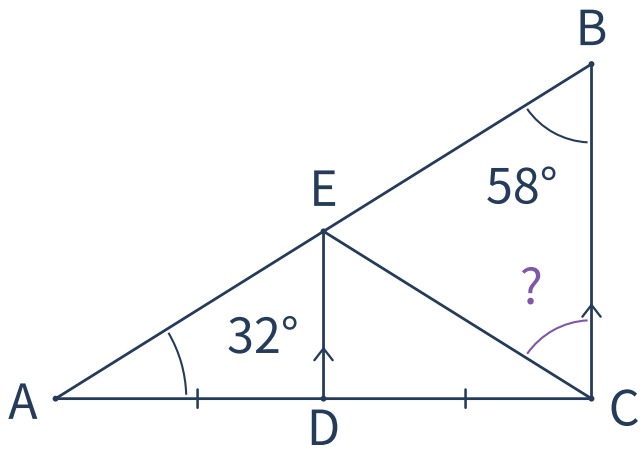
풀이

5 막혔을 때 다시 연결하기

심화 1 — 직각과 빗변의 중점이 보이지 않을 때

문제 삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.

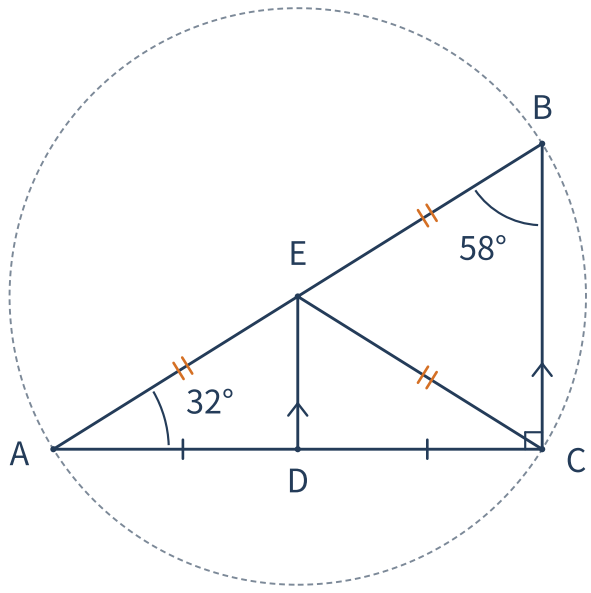
막힌 곳



각 BCE와 이어 줄 같은 길이를 모르고, 그림에 직각·빗변의 중점 표시도 없어요.

▼

새로 연결한 뒤



두 각의 합으로 직각을, 평행선과 중점으로 E가 빗변의 중점임을 찾아요

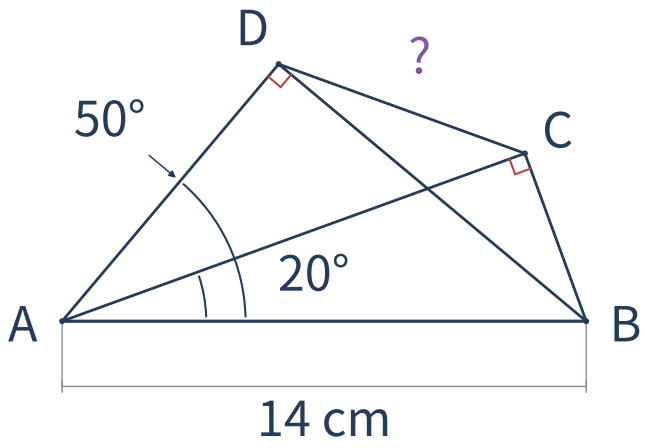
까닭 $\angle ACB = 180° - 32° - 58° = 90°$이고, $\triangle ADE \sim \triangle ACB$에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$예요. 외심 E에서 $\overline{EB} = \overline{EC}$이므로 두 밑각이 같아 $\angle BCE = 58°$예요.

$$\overline{EA} = \overline{EB} = \overline{EC}$$

심화 2 — 구할 선분이 주어진 삼각형의 변이 아닐 때

문제 두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.

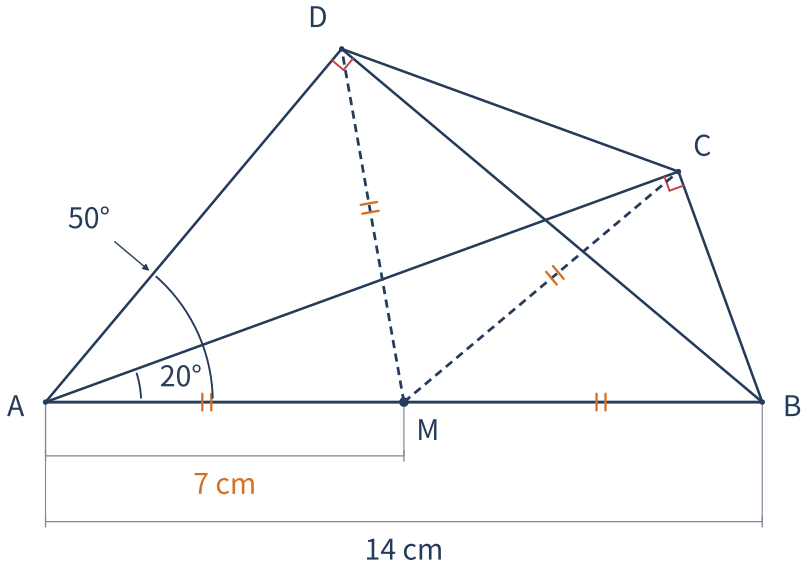
막힌 곳



선분 CD는 처음 주어진 두 직각삼각형의 변이 아니므로 피타고라스 정리를 곧바로 적용하기 어려워요.

▼

새로 연결한 뒤



공통 빗변 AB의 중점 M을 새로 잡아 C, D까지의 거리를 함께 구해요

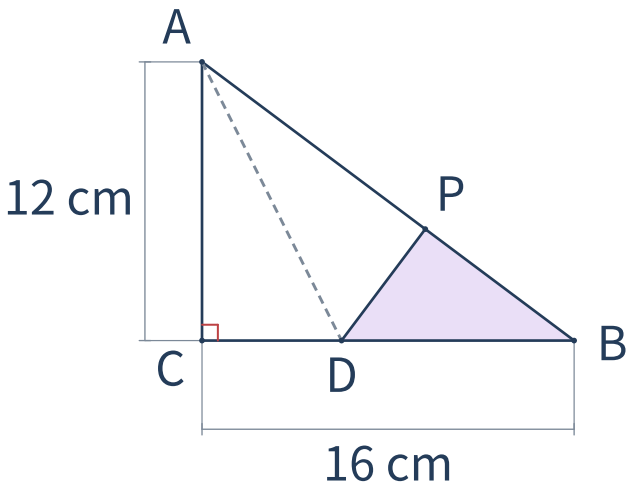
까닭 M은 두 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{MC} = \overline{MD} = 7$이에요. 이등변삼각형 AMC, AMD에서 꼭지각이 각각 140°, 80°이고 두 점이 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있으므로 $\angle CMD = 60°$예요. 삼각형 CMD가 정삼각형이어서 $\overline{CD} = 7$ cm예요.

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 7$$

심화 3 — 둘레의 세 길이를 각각 모를 때

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.

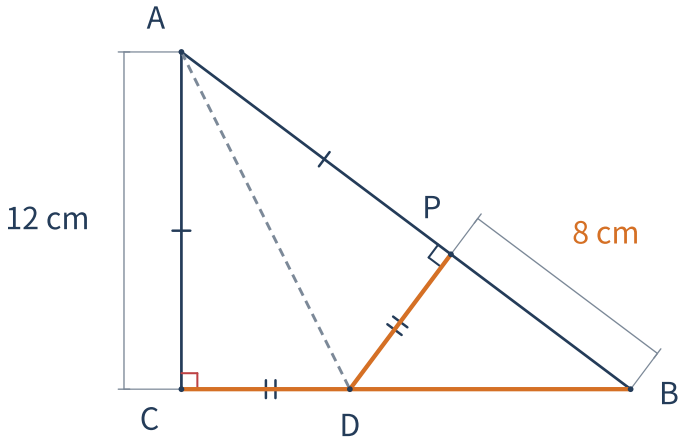
막힌 곳



둘레를 이루는 선분 BP, PD, DB의 길이를 처음에는 모두 몰라요.

▼

새로 연결한 뒤



접은 두 삼각형의 합동으로 선분 PD를 같은 길이의 선분 CD로 바꿔요

까닭 그러면 D가 변 BC 위에 있어 $\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16$이에요. 큰 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 20$이고 접기로 $\overline{AP} = 12$이므로 $\overline{BP} = 8$이에요. 따라서 둘레는 $8 + 16 = 24$ cm예요.

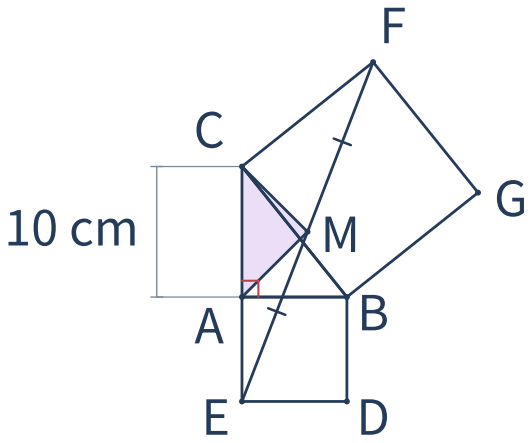
$$\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16 \text{ cm}$$

$$\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{CD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16$$

심화 4 — 목표 삼각형의 높이를 모를 때

문제 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.

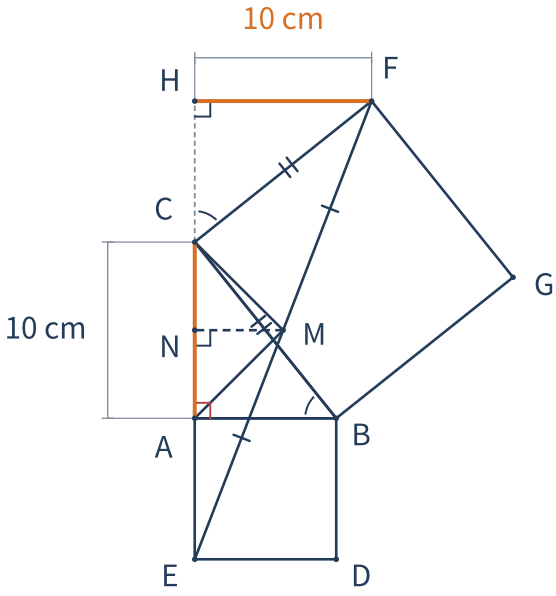
막힌 곳



밑변 AC의 길이는 알지만 M에서 직선 AC까지의 높이는 몰라요.

▼

새로 연결한 뒤



F와 M에서 직선 AC에 수선을 내려 높이를 비교해요

까닭 같은 빗변 BC, CF와 같은 예각으로 RHA 합동을 확인하면 $\overline{FH} = \overline{AC} = 10$이에요. M이 선분 EF의 중점이므로 $\triangle EMN \sim \triangle EFH$의 닮음비가 $1:2$이고 $\overline{MN} = 5$예요. 목표 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25\ \text{cm}^2$예요.

$\triangle ABC \equiv \triangle HCF$(RHA) → $\overline{FH} = \overline{AC} = 10$

막힌 곳 한눈에 보기

막힌 곳	새로 확인할 것	실제로 이어 쓸 식
직각·중점이 보이지 않는다	두 각의 합, 평행선과 중점	$\angle ACB = 90°$, $\overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$
구할 선분이 원래 삼각형의 변이 아니다	공통 빗변의 중점과 사이 각	$\overline{MC} = \overline{MD} = 7$, $\angle CMD = 60°$
둘레의 각 길이를 모른다	접기로 같아진 길이	$\overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16$
목표 높이를 모른다	RHA 합동, 중점과 닮음비	$\overline{FH} = 10$, $\overline{MN} = 5$

6 마무리 복습

문제 ↔ 개념 한눈에 보기

문제	함께 나온 조건	직각삼각형의 외심	직각삼각형의 합동	피타고라스 정리	삼각형의 넓이	직각삼각형의 닮음
심화 1	두 각의 합 90°, 평행선과 중점	2	(1)			1
심화 2	빗변을 함께 가진 두 직각삼각형	1				
심화 3	접은 도형		1	2		
심화 4	정사각형의 두 변과 중점		1		3	2
바꿔 풀기 1	빗변을 함께 가진 두 직각삼각형과 무게중심	1		2		
바꿔 풀기 2	접은 도형		1	2	3	(3)

원 안의 숫자는 그 문제에서 개념을 쓴 순서다. 점선 원은 다른 풀이에서 쓴 개념이다.

조건 채우기

보기 | 외심 | 내심 | 아니다 | 이다 | RHA | RHS | SAS | 하나 | 두 개 | 넓이 | 둘레 | $\overline{HB}$ | $\overline{AH}$ | 중점 | 교점 | 직각(90°) | 평각(180°) | $\overline{MD}$ | $\overline{AB}$ | 합동 | 닮음 | $\overline{DC}$ | $\overline{AC}$

같은 낱말이나 식을 여러 번 써도 됩니다.

1 직각삼각형의 빗변의 중점은 그 삼각형의 _____ 이다.

2 직각삼각형에서 직각을 낀 변의 중점은 그 삼각형의 외심이 _____ .

3 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 _____ 합동이다.

4 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 _____ 합동이다.

5 직각삼각형에서 모르는 변이 둘이면 피타고라스 정리의 식 _____ 만으로는 두 길이가 정해지지 않는다.

6 같은 삼각형은 밑변을 바꾸어도 _____ 가 같으므로, 밑변과 그에 대한 높이를 두 가지로 써서 식을 세울 수 있다.

7 $\angle C = 90°$이고 H가 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발이면 $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} :$ _____ 이다.

8 삼각형의 한 변의 중점을 지나 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 _____ 을 지난다.

9 삼각형의 두 각의 합이 90°이면 나머지 한 각은 _____ 이다.

10 두 직각삼각형 ABC, ABD가 빗변 AB를 함께 가지면, $\overline{AB}$의 중점 M에 대하여 $\overline{MC}$ = _____ 이다.

11 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면, 직선 CG는 빗변 AB의 _____ 을 지난다.

12 종이를 접으면 접기 전과 접은 뒤의 도형은 _____ 이므로 대응변의 길이가 같다.

13 접는 선 위의 점 D는 접어도 움직이지 않으므로, 점 C가 점 P로 옮겨지면 $\overline{DP}$ = _____ 이다.

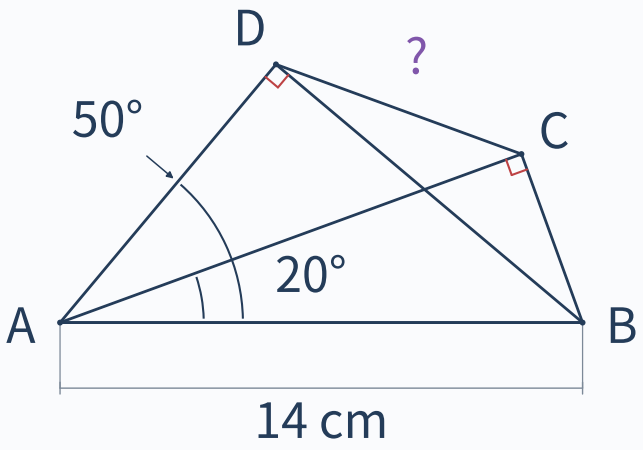
14 정사각형의 두 변이 두 직각삼각형의 빗변이고 두 삼각형의 한 예각의 크기가 같으면, 두 삼각형은 _____ 합동이다.

정리 문항 1

각 상황에서 ① 함께 나온 조건 ② 떠올린 개념 ③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것 ④ 이어 쓸 식을 쓰시오.

1

두 삼각형 ABC, ABD에서 ∠ACB = ∠ADB = 90°이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, ∠CAB = 20°, ∠DAB = 50°이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.



① 함께 나온 조건

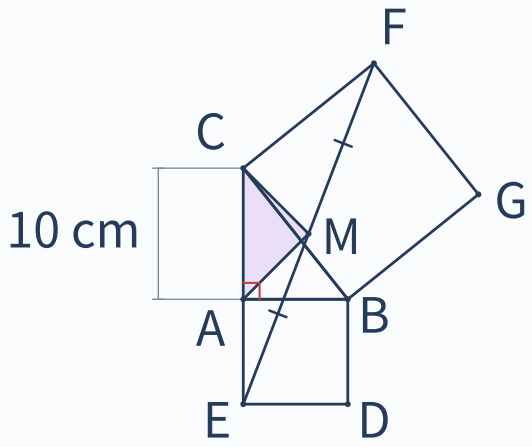
② 떠올린 개념

③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것

④ 이어 쓸 식

2

삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



① 함께 나온 조건

② 떠올린 개념

③ 그 개념을 쓰기 전에 확인할 것

④ 이어 쓸 식

7 정답과 해설

빠른 정답

문항	정답
심화 1	58°
심화 2	7 cm
심화 3	24 cm
심화 4	25 cm^2
바꿔 풀기 1	90 cm^2
바꿔 풀기 2	36 cm^2

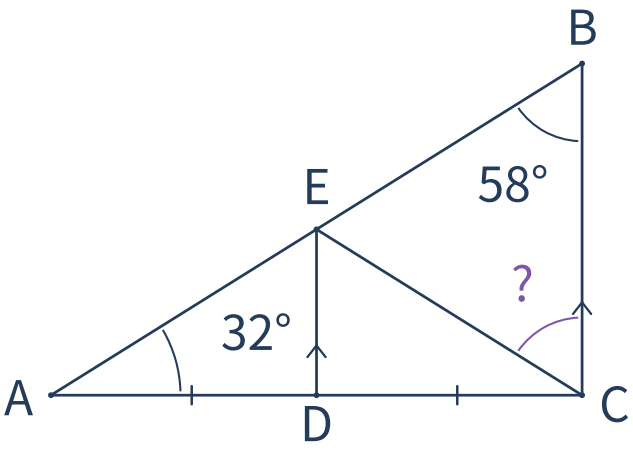
빈칸 구조도 정답

빈칸 구조도 정답 **심화 1**

삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.

심화 1 두 각의 합이 90°, 평행선과 중점 ⇒ 떠올린 개념 삼각형의 세 각의 합(숨은 직각)
→ 직각삼각형의 닮음(닮음비 1 : 2) → 직각삼각형의 외심 → 이등변삼각형의 두 밑각

심화 1 구할 것: $\angle BCE$의 크기



① 두 각으로 알아낸 것

$\angle ACB =$ 90 °

② 평행선과 중점으로 닮은 두 삼각형(대응 순서대로)

△ADE ∽ △ ACB

③ 점 E의 자리

$\overline{AE} : \overline{AB} = 1 :$ 2 이므로 E는 빗변의 (중점 / 삼등분점)

④ 떠올린 개념과 △BCE에서 같아진 길이

(외심 / 합동), $\overline{EB} =$ $\overline{EC}$

⑤ 답

$\angle BCE =$ 58 °

이 문제의 갈림길 직각은 (두 각의 합 / 평행선)으로, 빗변의 중점은 (두 각의 합 / 평행선)과 중점으로 찾아냈다.

빈칸 구조도 정답 심화 2

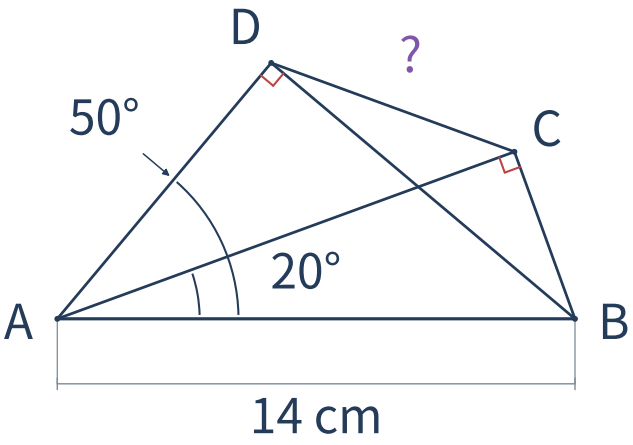
두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.

심화 2 빗변 AB를 함께 가진 두 직각삼각형

⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 외심(공통 빗변의 중점 M) → 이등변삼각형의 꼭지각

→ 정삼각형

심화 2 구할 것: $\overline{CD}$의 길이



① 새로 잡은 점 M의 자리

(공통 빗변의 중점 / 점 C에서 내린 수선의 발)

② 같은 네 길이

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} =$ 7

③ 두 이등변삼각형의 꼭지각

$\angle AMC =$ 140 °, $\angle AMD =$ 80 °

④ 두 반지름 사이의 각

$\angle CMD =$ 60 °

⑤ 답

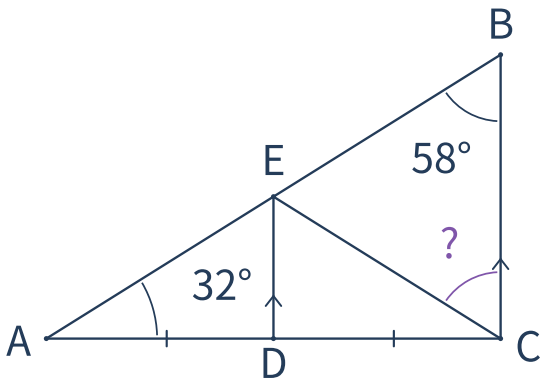
삼각형 CMD는 (정삼각형 / 직각삼각형)이므로 $\overline{CD} =$ 7 cm

이 문제의 갈림길 공통 빗변의 중점이 바로 알려 준 것은 (네 점까지의 같은 거리 / 두 반지름 사이의 각)이고, $\overline{CD}$를 정하려면 (네 점까지의 같은 거리 / 두 반지름 사이의 각)도 구해야 했다.

빈칸 구조도 정답 심화 1·2 모아 보기

심화 1 삼각형 ABC에서 $\angle A = 32°$, $\angle B = 58°$이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. $\angle BCE$의 크기를 구하시오.

심화 1 구할 것: $\angle BCE$의 크기



① 빗변의 중점을 얻은 방법
(**조건으로 찾아냈다** / 새로 잡았다)

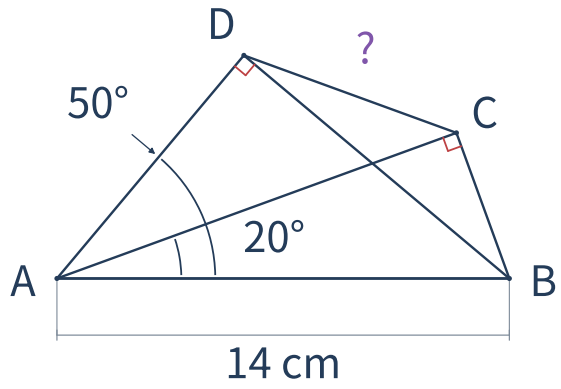
② 그 중점에서 같아진 길이
$\overline{EA} = \overline{EB} =$ **$\overline{EC}$**

③ 답을 정할 때 마지막으로 쓴 성질
(**두 밑각이 같다** / 세 변이 같다)

④ 답
$\angle BCE =$ **58** °

심화 2 두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.

심화 2 구할 것: $\overline{CD}$의 길이



① 빗변의 중점을 얻은 방법
(조건으로 찾아냈다 / **새로 잡았다**)

② 그 중점에서 같아진 길이
$\overline{MC} = \overline{MD} =$ **7**

③ 답을 정할 때 마지막으로 쓴 성질
(두 밑각이 같다 / **세 변이 같다**)

④ 답
$\overline{CD} =$ **7** cm

두 문제를 비교하면 두 문제 모두 빗변의 중점을 얻은 (**뒤에** / 앞에) 외심을 썼다. 빗변의 중점을 얻는 방법은 두 문제가 (같다 / **다르다**).

두 문제를 비교하면

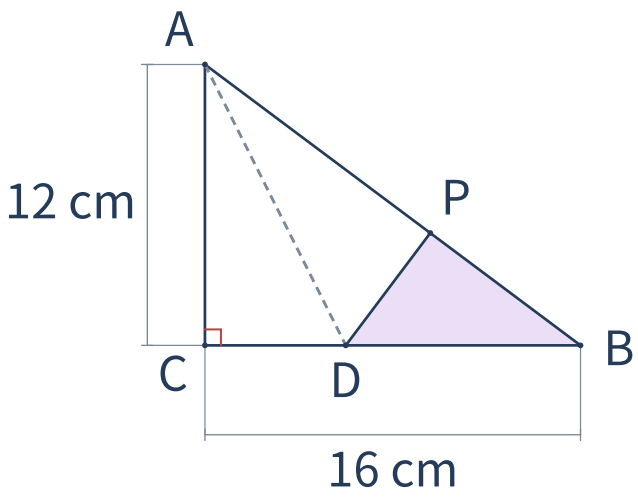
심화 1은 두 각의 합과 평행선·중점으로 빗변의 중점을 찾아냈고, 심화 2는 공통 빗변의 중점을 새로 잡았다. 중점을 얻은 뒤에는 둘 다 외심으로 같은 길이를 얻었고, 그다음 심화 1은 이등변삼각형의 두 밑각, 심화 2는 정삼각형으로 갈렸다.

빈칸 구조도 정답 심화 3

삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.

심화 3 접은 도형(접는 선 AD) ⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 합동(접기)
→ 피타고라스 정리 → 같은 길이로 바꿔 둘레 묶기

심화 3 구할 것: 삼각형 BPD의 둘레의 길이



① 접어서 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

$\triangle ACD \equiv \triangle$ APD

② 접기로 같아진 두 길이

$\overline{AP}$ = 12 cm, $\overline{PD}$ = $\overline{CD}$

③ 빗변의 길이

$\overline{AB}$ = 20 cm

④ 둘레를 두 부분으로

$\overline{BP}$ = 8 cm, $\overline{PD} + \overline{DB}$ = $\overline{BC}$

⑤ 답

삼각형 BPD의 둘레 = 24 cm

이 문제의 갈림길 접은 두 삼각형은 (**합동** / 닮음)이므로 $\overline{PD}$를 $\overline{CD}$로 바꿔, 남은 두 길이를 (**한 변 BC** / 빗변 AB)로 묶었다.

빈칸 구조도 정답 심화 4

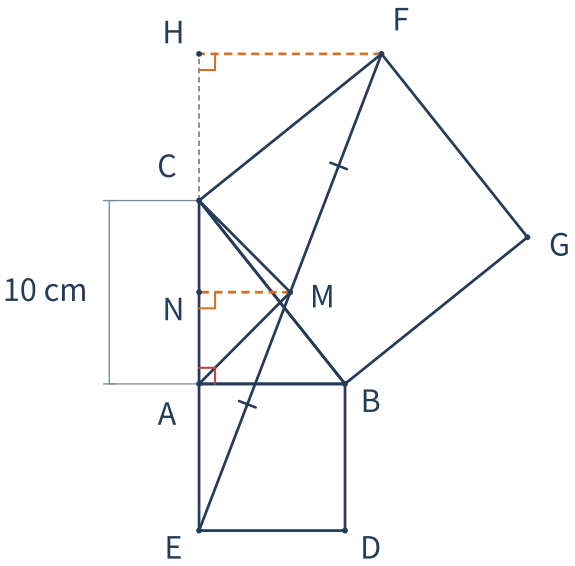
삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.

심화 4 정사각형의 같은 두 변과 직각

⇒ 떠올린 개념 직각삼각형의 합동(RHA, 수선을 그어 만든다)

→ 직각삼각형의 닮음(중점, 닮음비 1 : 2) → 삼각형의 넓이

심화 4 구할 것: 삼각형 ACM의 넓이



H, N은 F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발이다.

① 새로 그은 선

F와 M에서 직선 AC에 (수선을 내린다 / 비스듬한 선을 긋는다)

② 합동인 두 직각삼각형(대응 순서대로)과 합동 조건

△ABC ≡ △ HCF

(RHA / RHS) 합동

③ 합동으로 옮겨 온 높이

$\overline{FH}$ = $\overline{AC}$ = 10 cm

④ 중점으로 구한 높이

$\overline{MN}$ = 5 cm

⑤ 답

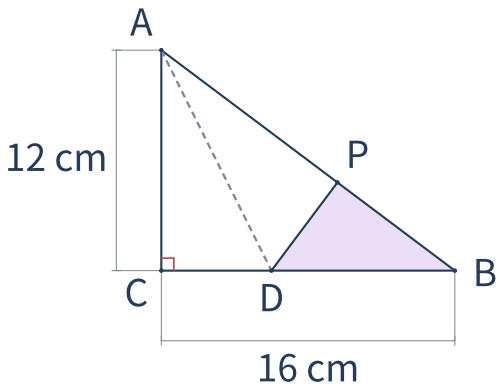
삼각형 ACM의 넓이 = 25 cm^2

이 문제의 갈림길 정사각형의 두 변 BC, CF를 두 직각삼각형의 (빗변 / 밑변)으로 보고, 높이 $\overline{FH}$를 원래 삼각형의 (변 AC / 변 AB)로 옮겼다.

빈칸 구조도 정답 심화 3·4 모아 보기

심화 3 삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.

심화 3 구할 것: 삼각형 BPD의 둘레의 길이



① 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭

(**접었다** / 수선을 그었다)

② 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

△ACD ≡ △ **APD**

③ 합동으로 옮긴 길이

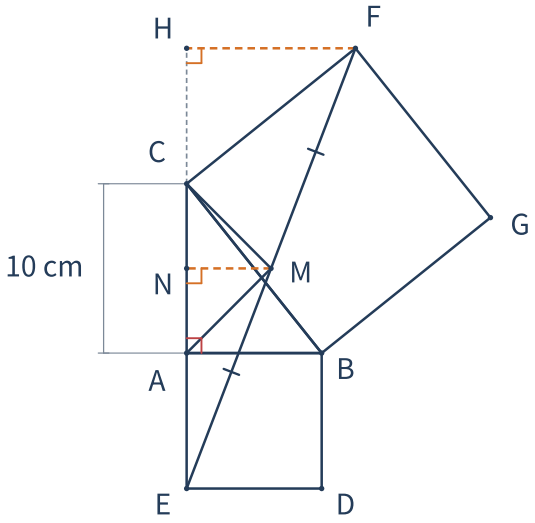
$\overline{PD}$ = **$\overline{CD}$**

④ 답

둘레 = **24** cm

심화 4 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.

심화 4 **구할 것: 삼각형 ACM의 넓이**



H, N은 F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발이다.

① 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭

(접었다 / **수선을 그었다**)

② 합동인 두 삼각형(대응 순서대로)

△ABC ≡ △ **HCF**

③ 합동으로 옮긴 길이

$\overline{FH}$ = **$\overline{AC}$**

④ 답

넓이 = **25** cm^2

두 문제를 비교하면 합동인 두 직각삼각형이 생긴 까닭은 두 문제가 (같다 / **다르다**).
하지만 '합동 → 같은 길이로 옮기기 → 목표'의 순서는 (**같다** / 다르다).

두 문제를 비교하면

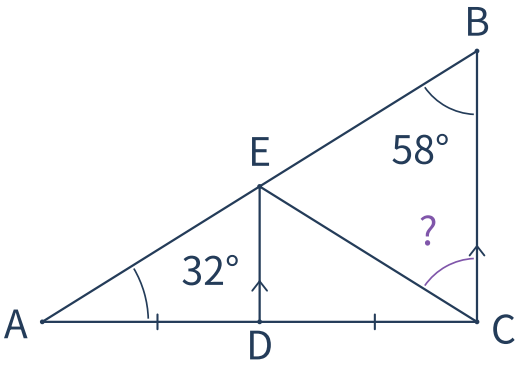
심화 3은 접어서, 심화 4는 수선을 그어 빗변이 같은 두 직각삼각형을 얻었다. 심화 3은 옮긴 길이 $\overline{PD} = \overline{CD}$로 둘레의 두 부분을 한 변 BC로 묶었고, 심화 4는 옮긴 높이 $\overline{FH} = \overline{AC}$를 중점으로 반으로 나눠 넓이에 썼다.

생각 질문 답 예시

생각 질문 1

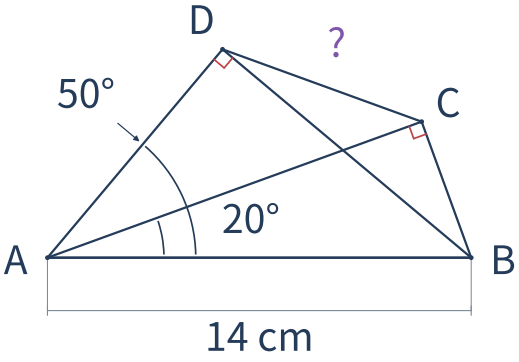
심화 1

삼각형 ABC에서 ∠A = 32°, ∠B = 58°이다. 변 AC 위의 점 D는 $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같도록 잡았다. D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하자. ∠BCE의 크기를 구하시오.



심화 2

두 삼각형 ABC, ABD에서 ∠ACB = ∠ADB = 90°이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, ∠CAB = 20°, ∠DAB = 50°이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.



(1) 두 문제는 모두 직각삼각형의 빗변의 중점을 써서 풀었다. 각 문제에서 빗변의 중점을 어떻게 얻었는지 쓰시오. (2) 그 중점에서 길이가 같아진 선분들을 쓰고, 그다음 무엇을 써서 답을 구했는지 쓰시오.

답 예시

(1) 심화 1은 두 각의 합 32° + 58° = 90°로 ∠ACB가 직각임을 알고, D가 $\overline{AC}$의 중점이고 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ 이므로 E가 빗변 AB의 중점임을 **찾아냈다**. 심화 2는 공통 빗변 AB의 중점 M을 **새로 잡았다**. (2) 심화 1: $\overline{EA} = \overline{EB} = \overline{EC}$ → 이등변삼각형 BCE의 두 밑각 → 58°. 심화 2: $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 7$ → ∠CMD = 60° → 정삼각형 → 7 cm.

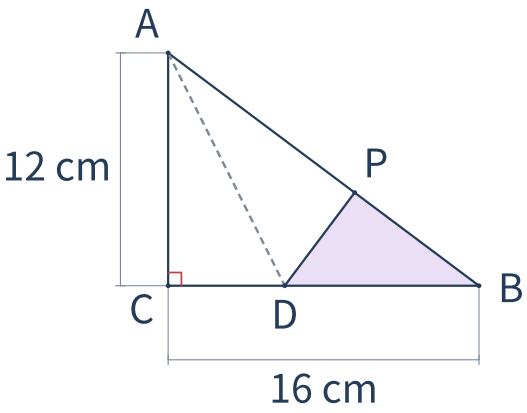
인정 기준

(1) '찾아냈다/새로 잡았다'의 차이와 근거, (2) 같은 길이와 그다음 개념(이등변삼각형의 밑각 / 정삼각형).

생각 질문 2

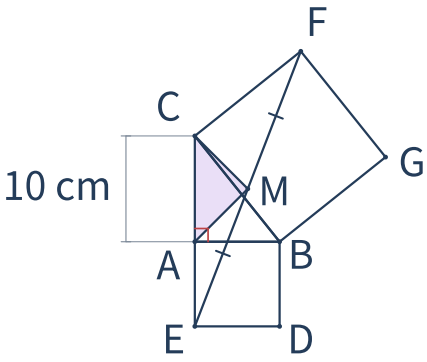
심화 3

삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 BPD의 둘레의 길이를 구하시오.



심화 4

삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



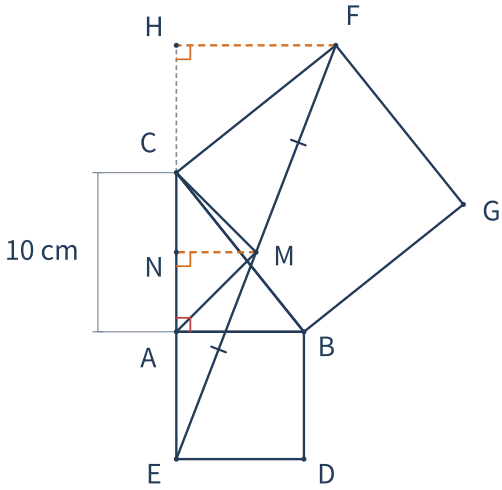
(1) 두 문제에서 합동인 두 직각삼각형을 대응 순서대로 쓰고, 그 두 삼각형이 어떻게 생겼는지 쓰시오.
(2) 합동으로 옮겨 쓴 길이를 쓰고, 그 길이가 답을 구하는 데 어떻게 쓰였는지 쓰시오.

답 예시

(1) 심화 3은 $\triangle ACD \equiv \triangle APD$ — 접어서 생겼다. 심화 4는 $\triangle ABC \equiv \triangle HCF$ — F에서 직선 AC에 수선을 그어 만들었다(빗변의 길이 $\overline{BC} = \overline{CF}$, $\angle ABC = \angle HCF$, RHA).
(2) 심화 3: $\overline{PD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{PD} + \overline{DB} = \overline{BC} = 16 \rightarrow$ 둘레 24.
심화 4: $\overline{FH} = \overline{AC} = 10 \rightarrow \overline{MN} = 5 \rightarrow$ 넓이 25.

인정 기준

대응 순서가 맞는 합동식과, 옮긴 길이가 목표(둘레의 합 / 넓이의 높이)에 들어간 자리.

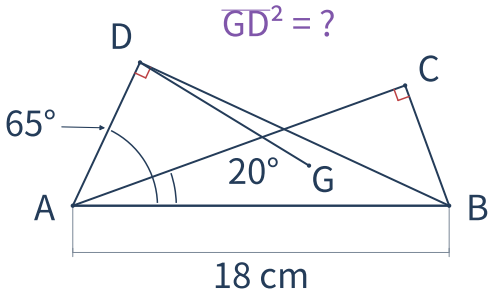


H, N은 F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발

바꿔 풀기 해설

바꿔 풀기 1

문제 두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. $\overline{AB}$의 길이는 18 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 65°$이다. G는 삼각형 ABC의 무게중심이다. 선분 GD의 길이의 제곱을 구하시오.



정답 $90\ \text{cm}^2$

직선 CG가 $\overline{AB}$와 만나는 점을 M이라 하면, G가 무게중심이므로 M은 $\overline{AB}$의 중점이다.

M은 두 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 9$이다.

무게중심이 중선을 2 : 1로 나누므로 $\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{CM} = 3$이다.

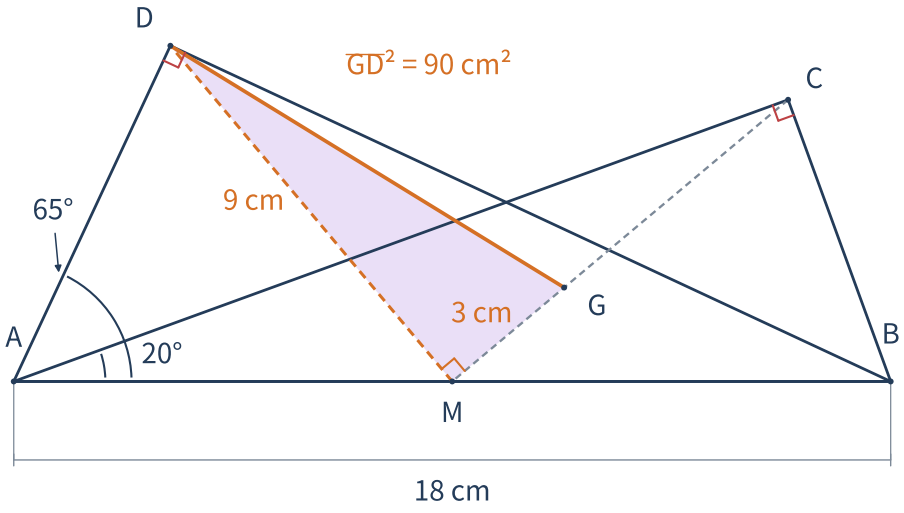
이등변삼각형 AMC에서 $\angle AMC = 180° - 2 \times 20° = 140°$이다.

이등변삼각형 AMD에서 $\angle AMD = 180° - 2 \times 65° = 50°$이다.

C와 D가 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있으므로 $\angle CMD = 140° - 50° = 90°$이다.

G가 $\overline{MC}$ 위에 있으므로 $\angle GMD = 90°$이다.

직각삼각형 GMD에서 $\overline{GD}^2 = 3^2 + 9^2 = 90\ (\text{cm}^2)$이다.



무엇이 달라졌을까?

빗변 AB의 길이가 14 cm인 두 직각삼각형 ABC, ABD에서 C와 D가 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있고 $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$일 때에는, 빗변의 중점 M에서 $\angle CMD = 140° - 80° = 60°$를 얻어 정삼각형의 성질을 썼어요. 이번에는 빗변이 18 cm이고 $\angle DAB = 65°$이므로 $\angle CMD = 140° - 50° = 90°$예요. 무게중심 G가 선분 CM 위에 있어 삼각형 GMD에 피타고라스 정리를 쓸 수 있어요.

무엇을 보고 방법을 고를까?

공통 빗변의 중점을 새로 잡는 방법과 무게중심을 지나는 중선을 따라 중점을 찾는 방법은 같은 외심으로 이어져요. 하지만 같은 거리를 얻었다고 계산을 끝내지 않아요. 사이 각이 60°인지 90°인지, 구할 값이 길이인지 그 제곱인지 확인한 뒤 정삼각형이나 피타고라스 정리로 연결해요.

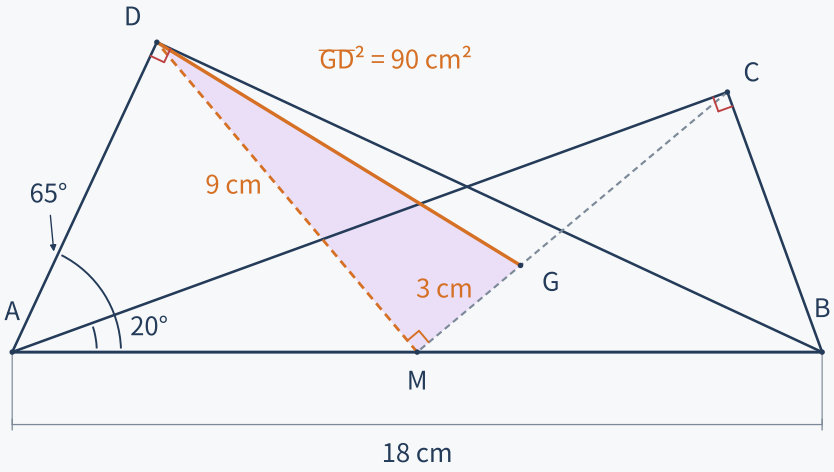
보충 개념

Q 먼저 무엇을 떠올릴까?

무게중심은 중선을 꼭짓점 쪽에서 2 : 1로 나누어요. 따라서 중선 전체를 알면 그 위의 부분 길이를 구할 수 있어요. 또 두 직각삼각형은 같은 빗변을 가지므로, 빗변의 중점과 외심의 관계도 떠올릴 수 있어요.

Q 어디서 막힐까?

목표인 $\overline{GD}$는 주어진 두 직각삼각형의 변이 아니에요. 무게중심의 비만 적어서는 D까지의 거리를 연결할 수 없어요. **중선 위의 길이와 D까지의 거리를 함께 다룰 점**이 필요해요.



바꿔 풀기 1 그림 — G는 삼각형 ABC의 무게중심, M은 빗변 AB의 중점

Q 어떤 조건을 더 연결할까?

직선 CG가 빗변 AB와 만나는 점을 M이라 해요. G는 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{CM}$은 중선이고, M은 $\overline{AB}$의 중점이에요. 세 점의 순서는 C, G, M이에요. 중선 위의 길이와 D까지의 거리를 한 삼각형에서 다루려고 M과 D를 연결해요.

G를 지나는 중선 중에서도 $\overline{CG}$를 연장한 이유는, 직각 꼭짓점 C에서 출발하면 **빗변의 중점**에 닿기 때문이에요. 다른 중선을 그린다는 사실만으로 같은 외심 관계를 얻는 것은 아니에요.

M은 두 직각삼각형 ABC, ABD의 외심이므로 다음을 얻어요.

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD} = 9$$

또 무게중심의 비를 쓰면 다음과 같아요.

$$\overline{CG} : \overline{GM} = 2 : 1$$

$$\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{CM} = 3$$

Q 중간 결과 뒤에는 무엇을 확인할까?

삼각형 GMD에서 두 길이 $\overline{GM}$, $\overline{MD}$를 알았어요. 하지만 아직 직각인지 모르므로, 바로 피타고라스 정리를 쓸 수는 없어요. 주어진 두 각을 M에서의 각과 연결해요.

삼각형 AMC는 $\overline{MA}$와 $\overline{MC}$의 길이가 같아요. M이 변 AB 위에 있으므로 $\angle MAC = 20°$이고, 다음과 같아요.

$$\angle AMC = 180° - 2 \times 20° = 140°$$

마찬가지로 삼각형 AMD는 $\overline{MA}$와 $\overline{MD}$의 길이가 같으므로 다음과 같아요.

$$\angle AMD = 180° - 2 \times 65° = 50°$$

$\angle AMC$와 $\angle AMD$는 $\overline{MA}$를 공통인 변으로 가지는 두 각이에요. 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있으므로, 작은 각 $\angle AMD$는 큰 각 $\angle AMC$ 안에 들어가요. 따라서 $\angle CMD$는 두 각의 차예요.

$$\angle CMD = 140° - 50° = 90°$$

G는 $\overline{MC}$ 위에 있으므로 $\angle GMD$도 직각이에요. 이제 삼각형 GMD에서 피타고라스 정리를 쓸 수 있어요.

$$\overline{GD}^2 = \overline{GM}^2 + \overline{MD}^2$$

$$\overline{GM}^2 + \overline{MD}^2 = 3^2 + 9^2 = 90\,(\text{cm}^2)$$

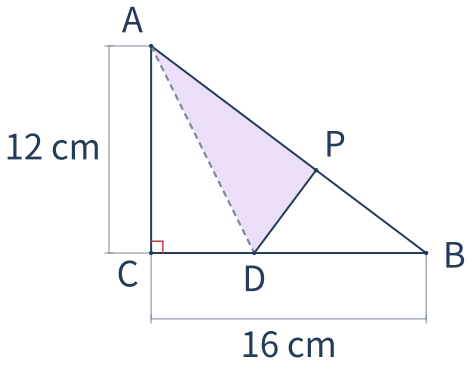
목표는 길이의 제곱이므로 여기서 계산을 마쳐요.

Q cm^2가 붙으면 넓이일까?

길이를 cm로 나타내고 제곱했으므로 단위도 cm^2가 돼요. 여기서 구한 것은 $\overline{GD}$의 길이의 제곱이에요. 삼각형 GMD의 넓이는 직각을 낀 두 변으로 계산하므로 $\frac{1}{2} \times 3 \times 9 = 13.5\,(\text{cm}^2)$ 예요. **단위와 함께 무엇을 구한 값인지도 확인해요.**

바꿔 풀기 2

문제 삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 12 cm, $\overline{BC}$의 길이는 16 cm이다. 꼭짓점 A를 지나는 직선을 접는 선으로 하여, 점 C가 변 AB 위에 오도록 삼각형을 접었다. 점 C가 옮겨진 점을 P, 접는 선과 변 BC의 교점을 D라 하자. 삼각형 APD의 넓이를 구하시오.

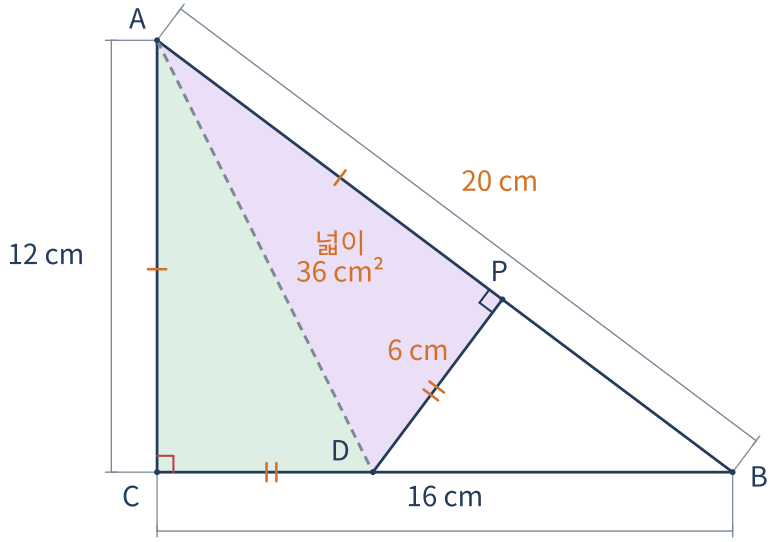


정답 $36\ \text{cm}^2$

접기로 $\triangle ACD \equiv \triangle APD$이므로 $\overline{AP} = 12$이고 $\overline{PD} = \overline{CD} = x$라 놓는다. 피타고라스 정리로 $\overline{AB}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$이므로 $\overline{AB} = 20$이다. 합동에서 $\angle APD = \angle ACD = 90°$이므로 D에서 두 직선 AC, AB까지의 높이는 모두 x이다. 선분 AD로 나눈 두 넓이의 합을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times 12x + \frac{1}{2} \times 20x$$

$96 = 16x$이므로 $x = 6$이다. 따라서 삼각형 APD의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36\ \text{cm}^2$이다.



무엇이 달라졌을까?

직각삼각형 ABC의 $\overline{AC} = 12$ cm, $\overline{BC} = 16$ cm에서 C를 빗변 AB 위의 P로 접고 접는 선 AD를 그은 조건은 같아요. 삼각형 BPD의 둘레는 $\overline{BP} = 8$과 $\overline{PD} + \overline{DB} = 16$만으로 구하지만, 삼각형 APD의 넓이는 높이 $\overline{PD}$ 하나의 값이 필요해요. 그래서 넓이 나누기나 닮음을 더 연결해요.

무엇을 보고 방법을 고를까?

먼저 목표를 식으로 써 보면 $\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{PD}$이므로 선분 PD의 개별 길이가 필요하다는 사실이 보여요. 접기로 D에서 두 직선 AC, AB까지의 높이가 같아졌으므로 넓이의 합으로 구할 수 있어요. 또는 두 직각삼각형 BPD, BCA의 같은 각을 확인해 닮음으로 선분 PD를 구해도 돼요.

보충 개념

Q 먼저 무엇을 떠올릴까?

접은 두 삼각형 ACD, APD는 합동이에요. 접는 선 위의 A, D는 움직이지 않고 C가 P로 옮겨지므로 다음이 성립해요.

$$\overline{AP} = \overline{AC} = 12$$

$$\overline{PD} = \overline{CD}$$

큰 직각삼각형에서 전체 빗변의 길이도 구할 수 있어요.

$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$$

$$\overline{AB} = 20$$

Q 어디서 막힐까?

둘레를 구할 때는 $\overline{PD}$와 $\overline{DB}$의 합이 16 cm라는 사실로 충분했어요. 이번 목표는 넓이예요. 접기에서 $\angle APD = \angle ACD = 90°$임을 알 수 있으므로, 넓이는 다음과 같아요.

$$\frac{1}{2}\overline{AP} \times \overline{PD} = \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{PD}$$

이 식에는 $\overline{PD}$ 자체의 길이가 필요해요. 두 길이의 합을 알았다는 이유만으로 그중 하나의 길이가 정해지는 것은 아니에요.

Q 어떤 조건을 더 연결할까?

$\overline{PD} = \overline{CD} = x$라 놓아요. $\overline{CD}$는 직선 AC에 수직이고, A, P, B는 한 직선 위에 있으므로 $\overline{PD}$는 직선 AB에 수직이에요. 따라서 **D에서 두 직선 AC, AB까지의 거리가 모두 x로 같아요.**

같은 높이 x를 두 번 쓸 수 있으므로 넓이로 연결해 봐요. D가 변 BC 위에 있으니 선분 AD는 삼각형 ABC를 삼각형 ACD와 삼각형 ABD로 나누어요. 두 작은 삼각형에서 밑변을 각각 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$로 잡으면 높이가 모두 x예요.

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times 12 \times x + \frac{1}{2} \times 20 \times x$$

$$96 = 6x + 10x = 16x$$

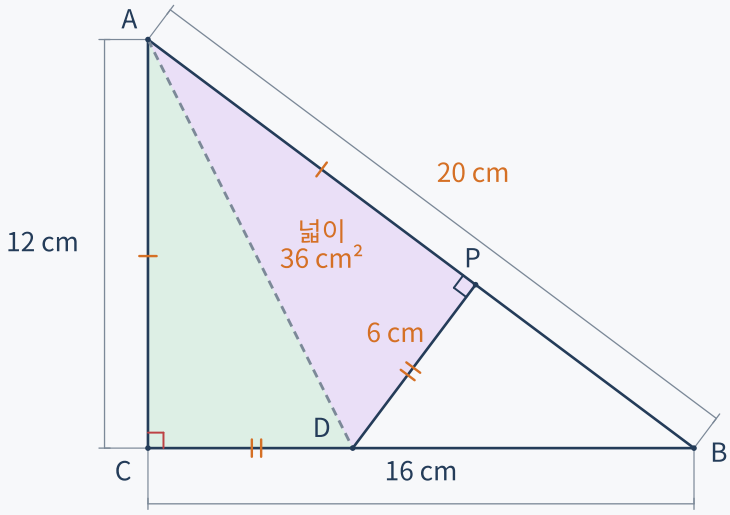
$$x = 6$$

Q 중간 결과 뒤에는 무엇을 확인할까?

이제 $\overline{PD}$의 길이가 6 cm이므로 목표 넓이를 구해요.

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36\,(\text{cm}^2)$$

접기 전 삼각형 ACD의 넓이로 계산해도 같아요. 두 삼각형은 접기 전후의 같은 도형이고, $\overline{CD}$의 길이도 6 cm이기 때문이에요.



바꿔 풀기 2 그림

Q 닮음으로 구하려면 무엇을 확인할까?

A, P, B가 한 직선 위에 있고 $\overline{AP}$의 길이가 12 cm이므로 $\overline{BP} = 20 - 12 = 8$이에요. 삼각형 BPD와 삼각형 BCA에서 B의 각은 공통이고 $\angle BPD = \angle BCA = 90°$이므로 AA 닮음이에요.

$$\triangle BPD \backsim \triangle BCA$$

대응변을 확인해 비례식을 세워요.

$$\overline{PD} : \overline{CA} = \overline{BP} : \overline{BC}$$

$$x : 12 = 8 : 16$$

$$x = 6$$

두 풀이 모두 목표에 필요한 $\overline{PD}$의 길이를 정해요. 넓이 나누기는 접기로 같아진 두 높이를 이용하고, 닮음은 같은 각과 대응변을 확인한 뒤 빗변의 부분 길이를 이용해요.

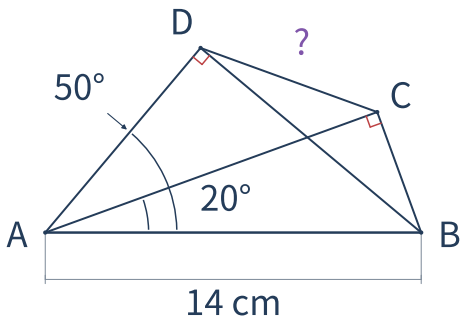
조건 채우기 정답

번호	정답
1	외심
2	아니다
3	RHA
4	RHS
5	하나
6	넓이
7	$\overline{HB}$
8	중점
9	직각(90°)
10	$\overline{MD}$ (또는 $\frac{1}{2}\overline{AB}$)
11	중점
12	합동
13	$\overline{DC}$
14	RHA

정리 문항 1 답 예시

상황 1

문제 두 삼각형 ABC, ABD에서 $\angle ACB = \angle ADB = 90°$이고, 두 점 C와 D는 직선 AB를 기준으로 같은 쪽에 있다. 선분 AB의 길이는 14 cm이고, $\angle CAB = 20°$, $\angle DAB = 50°$이다. 선분 CD의 길이를 구하시오.

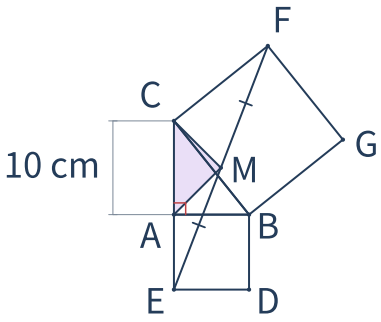


답 예시

두 직각삼각형이 빗변 AB를 함께 가지므로 그 중점 M을 잡아 외심을 사용해요. 두 직각의 맞은편 변이 같은 선분 AB인지 확인해야 해요. $\overline{MC} = \overline{MD} = 14 \div 2 = 7$이고 두 이등변삼각형의 꼭지각은 140°, 80°예요. 같은 쪽의 두 각의 차가 60°이므로 삼각형 CMD는 정삼각형이고 $\overline{CD} = 7$ cm예요.

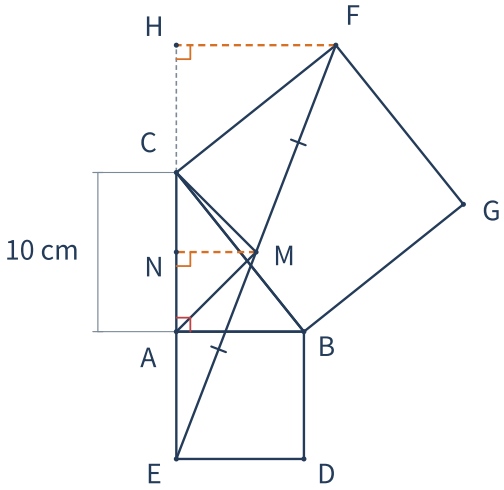
상황 2

문제 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90°$이고, $\overline{AC}$의 길이는 10 cm이다. $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형 ABDE, BCFG를 삼각형 ABC의 바깥쪽에 그렸다. M은 $\overline{EF}$의 중점이다. 삼각형 ACM의 넓이를 구하시오.



답 예시

정사각형의 같은 두 변과 수직 관계로 RHA 합동을 찾아요. 수선 FH를 그은 뒤 두 빗변 BC, CF와 예각 ABC, HCF가 각각 같은지 확인하면 $\triangle ABC \equiv \triangle HCF$예요. 따라서 $\overline{FH} = 10$이고, M이 선분 EF의 중점이므로 $\triangle EMN \backsim \triangle EFH$의 닮음비 $1 : 2$에서 $\overline{MN} = 5$예요. 목표 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25\ \text{cm}^2$예요.



H, N은 F, M에서 직선 AC에 내린 수선의 발

인정 기준

함께 나온 조건, 개념 이름, 그 개념의 성립 조건, 실제 식을 모두 연결해서 쓰면 돼요. 식의 표현이 달라도 대응하는 변과 각, 계산 결과가 맞으면 인정해요.