중1-1 수학 · 01 기본 | Ⅰ. 소인수분해

소인수의 지수를 어떻게 정할까?

기본편

차례

0	문제에 나오는 낱말	2
1	먼저 풀어 보기	3
2	기본 문제 풀이와 이유	11
3	조건 개념 지도	28
4	확인 문제	32
5	마무리 복습	36
6	정답과 해설	39

기본 8 · 확인 8 · 생각 질문 4 · 빈칸 구조도 4 · 조건 채우기 10 · 정리 문항 1(상황 2개)

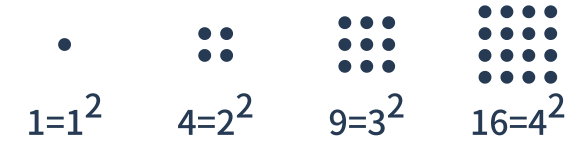
© 대치동 재우쌤 | 010-9524-4849 | https://leessaem.com/ | https://blog.naver.com/leessaem84

본 자료는 직접 제작한 학습 자료입니다. 개인 학습을 위한 열람·인쇄는 자유롭게 할 수 있으며, 무단 복제·재배포·수정 후 재배포 및 상업적 이용을 금합니다.

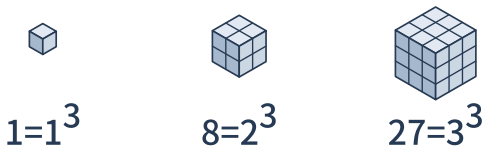
0 문제에 나오는 낱말

제곱수	어떤 자연수의 제곱인 수. 예: $1=1^2$, $4=2^2$, $9=3^2$, $16=4^2$, …
세제곱수	어떤 자연수의 세제곱인 수. 예: $1=1^3$, $8=2^3$, $27=3^3$, …
몫	나눗셈에서 나누어 얻은 값. 예: $72 \div 9$의 몫은 8

제곱수



세제곱수



두 자리 자연수	10부터 99까지의 자연수
30 이하	30과 같거나 30보다 작은 수
모두	조건에 맞는 답을 빠뜨리지 않고 전부

1 먼저 풀어 보기

기본 1 72에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 2 72에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 1

비교할 문제

기본 1

72에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

기본 2

72에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

(1) 두 문제에서 구한 자연수를 각각 쓰고, 그 수를 곱해 얻은 수를 실제 곱셈으로 나타내시오.

(2) 72를 제곱수로 만드는 가장 작은 자연수를 곱한 결과가 세제곱수도 되는지 확인하시오. 72를 세제곱수로 만드는 가장 작은 자연수를 곱한 결과가 제곱수도 되는지 확인하고, 각각 계산한 수와 판단을 쓰시오.

기본 3 24에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 4 24를 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 2

비교할 문제

기본 3

24에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

기본 4

24를 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

(1) 24를 소인수분해하시오. 각 풀이에서 어느 소인수의 개수를 어떻게 바꾸었는지, 마지막에 구한 수는 무엇인지 쓰시오.

(2) 두 문제의 답을 서로 바꾸어 써 보면 어떤 결과가 되는지 실제 계산으로 확인하시오.

기본 5 27에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 6 27에 어떤 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 3

비교할 문제

기본 5

27에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

기본 6

27에 어떤 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

(1) 27에 곱해 제곱수를 만들 수 있는 자연수를 작은 순서로 세 개 쓰시오. 자릿수 제한이 없을 때와 곱할 수가 두 자리여야 할 때, 그중 어떤 수를 가장 작은 답으로 정했는지도 쓰시오.

(2) 두 문제에서 가장 작은 답이 서로 다른 까닭을 실제 답 후보로 설명하시오.

기본 7 108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

기본 8 108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 30 이하일 때, 가능한 수를 모두 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

생각 질문 4

비교할 문제

기본 7

108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

기본 8

108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 30 이하일 때, 가능한 수를 모두 구하시오.

(1) 두 문제에서 답으로 써야 하는 자연수의 개수를 각각 쓰시오.

(2) 두 문제에서 확인한 실제 곱셈식을 하나 이상 쓰고, 답을 더 찾을 필요가 있는지 설명하시오.

2 기본 문제 풀이와 이유

빈칸 구조도 **기본 1·2 — 두 문제는 어디서 갈라질까**

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 72에 어떤 자연수를 곱하고, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구한다.

기본 1

72에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

기본 2

72에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 72를 소인수분해하면

$72 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

$72 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

▼

② 같은 소인수를 묶는 개수

(두 개씩 / 세 개씩)

(두 개씩 / 세 개씩)

▼

③ 모자라는 소인수와 개수

소인수 (2 / 3), _____ 개

소인수 (2 / 3), _____ 개

▼

④ 답과 검산

곱할 수 _____,

72 × (곱할 수) = _____

곱할 수 _____,

72 × (곱할 수) = _____

두 문제를 비교하면 같은 72라도 제곱수는 (두 개씩 / 세 개씩), 세제곱수는 (두 개씩 / 세 개씩) 묶이게 채우므로 곱할 수가 달라진다.

기본 1 다시 보기 두 개씩 묶이게 모자라는 소인수 채우기

함께 나온 조건 곱하여 제곱수 ⇒ **떠올린 개념** 지수가 모두 짝수 → 모자라는 소인수 채우기

문제 72에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$72 = 2^3 \times 3^2$이다. 제곱수는 소인수가 각각 짝수 개씩 있어야 한다. 소인수 2가 한 개 모자라므로 2를 곱하면 된다. $72 \times 2 = 144 = 12^2$이므로 답은 2이다.

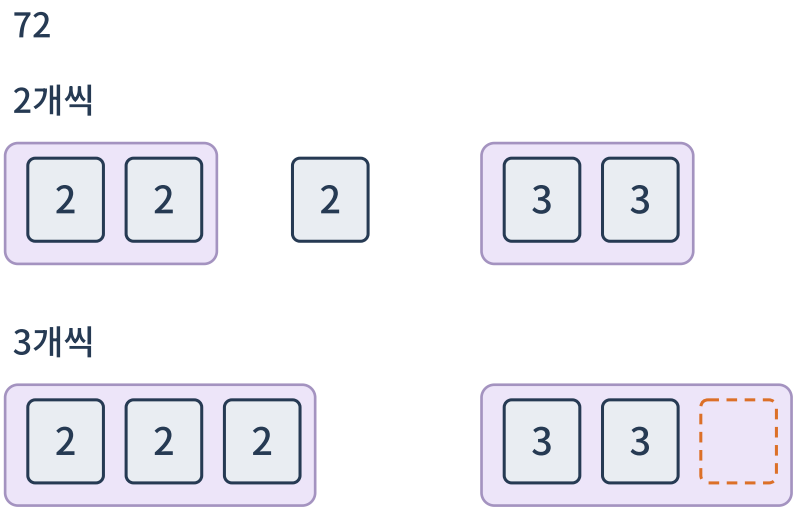
칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 72를 소인수분해하면 → 3, 2

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$이에요. 지수는 같은 소인수가 몇 개 곱해져 있는지 나타내므로 2는 세 개, 3은 두 개예요.

② 같은 소인수를 묶는 개수 → 두 개씩

제곱수는 같은 자연수를 두 번 곱한 수이므로 같은 소인수가 두 개씩 남김없이 묶여요. 그래서 1보다 큰 제곱수를 소인수분해하면 지수가 모두 짝수여야 해요. 72에서는 3 두 개는 묶이지만 2 세 개 중 하나가 남아요.



③ 모자라는 소인수와 개수 → 2, 1

소인수 2 한 개를 더 곱하면 2가 네 개가 되어 두 개씩 묶여요. 소인수 3은 이미 두 개이므로 더 채울 필요가 없어요.

Q1 왜 3을 곱하면 제곱수가 되지 않을까?

$72 \times 3 = 216 = 2^3 \times 3^3$이에요. 소인수 2와 3이 각각 세 개라 제곱수가 아니에요.

④ 답과 검산 → 2, 144

모자라는 소인수 2 한 개만 곱하면 $72 \times 2 = 144 = 12^2$이에요. 꼭 필요한 2만 곱했으므로 가장 작은 곱할 수는 2예요.

핵심 연결 $72 = 2^3 \times 3^2$ → 2의 지수 3은 홀수 → 2 한 개 곱하기 → $72 \times 2 = 144 = 12^2$

기본 2 다시 보기 세 개씩 묶이게 모자라는 소인수 채우기

함께 나온 조건 곱하여 세제곱수 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 3의 배수 → 모자라는 소인수 채우기

문제 72에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$72 = 2^3 \times 3^2$이다. 세제곱수는 같은 소인수를 세 개씩 묶을 수 있어야 한다. 소인수 3이 한 개 모자라므로 3을 곱하면 된다. $72 \times 3 = 216 = 6^3$이므로 답은 3이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 72를 소인수분해하면 → 3, 2

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$이에요. 소인수 2는 세 개, 3은 두 개 들어 있어요.

② 같은 소인수를 묶는 개수 → 세 개씩

세제곱수는 같은 자연수를 세 번 곱한 수이므로 같은 소인수가 세 개씩 남김없이 묶여요. 그래서 1보다 큰 세제곱수를 소인수분해하면 지수가 모두 3의 배수여야 해요. 72에서는 2 세 개는 묶이지만 3 두 개는 세 개 묶음이 되지 않아요.

③ 모자라는 소인수와 개수 → 3, 1

소인수 3을 한 개 더 곱하면 3이 세 개가 돼요. 소인수 2는 이미 세 개라 더 채우지 않아도 돼요.

Q2 이 문제에서 2를 곱하면 왜 안 될까?

$72 \times 2 = 144 = 2^4 \times 3^2$이라서 2가 네 개, 3이 두 개예요. 어느 쪽도 세 개씩 남김없이 묶이지 않아요.

④ 답과 검산 → 3, 216

꼭 필요한 3 한 개만 곱하면 $72 \times 3 = 216 = 6^3$이에요. 따라서 가장 작은 곱할 수는 3이고 곱한 결과는 216이에요.

핵심 연결 $72 = 2^3 \times 3^2$ → 3의 개수 2를 3으로 → 3 한 개 곱하기 → $72 \times 3 = 216 = 6^3$

두 문제를 비교하면

	기본 1	기본 2
$72 = 2^3 \times 3^2$에 자연수를 곱한다		
만들 수	제곱수	세제곱수
같은 소인수를 묶는 개수	두 개씩	세 개씩
모자라는 소인수	2 한 개	3 한 개
곱할 수	2	3

정리

같은 $72 = 2^3 \times 3^2$이라도 제곱수는 같은 소인수를 두 개씩, 세제곱수는 세 개씩 묶이게 채워요. 따라서 제곱수에는 2를, 세제곱수에는 3을 곱해요.

빈칸 구조도 기본 3·4 — 두 문제는 어디서 갈라질까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 24로 세제곱수를 만들고, 가장 작은 자연수를 구한다.

기본 3	기본 4
24에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.	24를 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.
① 24를 소인수분해하면	
$24 = 2^{\square} \times 3^{\square}$	$24 = 2^{\square} \times 3^{\square}$
▼	▼
② 세 개씩 묶이지 않는 소인수	
소인수 (2 / 3)	소인수 (2 / 3)
▼	▼
③ 그 소인수를 어떻게 할까	
_____ 개 (채운다 / 덜어 낸다)	_____ 개 (채운다 / 덜어 낸다)
▼	▼
④ 답과 검산	
곱할 수 _____ , 24 × (곱할 수) = _____	나눌 수 _____ , 24 ÷ (나눌 수) = _____

두 문제를 비교하면 곱하여 만들 때는 세 개씩 묶이지 않는 소인수를 (채우고 / 덜어 내고), 나누어 만들 때는 그 소인수를 (채운다 / 덜어 낸다).

기본 3 다시 보기 모자라는 3 두 개를 곱해서 채우기

함께 나온 조건 곱하여 세제곱수 ⇒ **떠올린 개념** 지수가 모두 3의 배수

→ 모자라는 소인수 채우기

문제 24에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$24 = 2^3 \times 3$이다. 소인수 2는 세 개이므로 개수를 유지하고, 3을 두 개 채우려면 $3^2 = 9$를 곱한다. $24 \times 9 = 216 = 6^3$이므로 가장 작은 곱할 수는 9이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 24를 소인수분해하면 → 3, 1

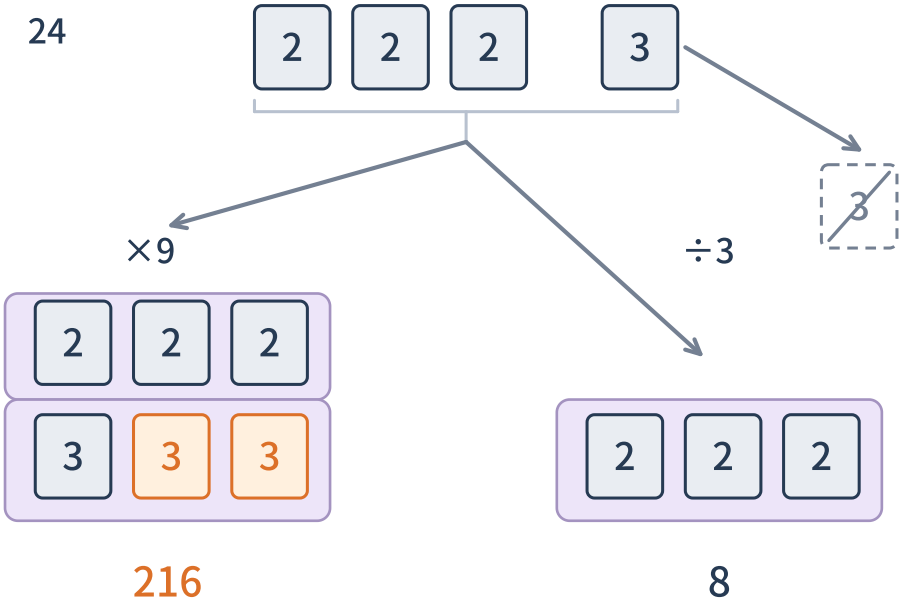
$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$이에요. 지수 1을 생략한 소인수 3도 한 개로 세어요.

② 세 개씩 묶이지 않는 소인수 → 3

2는 세 개라 한 묶음이 되지만 3은 한 개라 세 개씩 묶이지 않아요. 따라서 소인수 3을 어떻게 할지 정해야 해요.

③ 그 소인수를 어떻게 할까 → 2, 채운다

곱해서 만들므로 3 한 개를 세 개로 맞추려면 3 두 개를 채워야 해요. 채울 두 개를 곱하면 $3 \times 3 = 9$예요.



Q3 왜 24의 모든 소인수를 다시 곱할 필요가 없을까?

소인수 2는 이미 세 개라 세 개씩 묶을 수 있어요. 소인수 3은 한 개뿐이므로 두 개를 더 채워야 하고, $3 \times 3 = 9$만 곱하면 돼요.

④ 답과 검산 → 9, 216

꼭 필요한 9를 곱하면 $24 \times 9 = 216 = 6^3$이에요. 가장 작은 곱할 수는 9이고 곱한 결과는 216이에요.

핵심 연결 $24 = 2^3 \times 3$ → 3의 개수 1을 3으로 → $3^2 = 9$ 곱하기 → $24 \times 9 = 216 = 6^3$

기본 4 다시 보기 남는 3 한 개를 나누어 덜어 내기

함께 나온 조건 나누어 세제곱수 ⇒ **떠올린 개념** 지수가 모두 3의 배수 → 남는 소인수 덜어 내기

문제 24를 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$24 = 2^3 \times 3$이다. 소인수 3 한 개를 덜어 내면 2 세 개가 남는다. $24 \div 3 = 8 = 2^3$이므로 가장 작은 나눌 수는 3이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 24를 소인수분해하면 → 3, 1

$24 = 2^3 \times 3$이므로 소인수 2는 세 개, 3은 한 개예요. 나눗셈에서는 이 중 어떤 소인수를 덜어 낼지 살펴요.

② 세 개씩 묶이지 않는 소인수 → 3

2 세 개는 그대로 묶을 수 있지만 3 한 개가 남아요. 세제곱수인 몫을 만들려면 남는 소인수 3을 덜어 내야 해요.

③ 그 소인수를 어떻게 할까 → 1, 덜어 낸다

3 한 개를 덜어 내려면 3으로 나누어요. 소인수 3이 하나도 남지 않아도 괜찮고, 남은 2 세 개로 세제곱수를 만들 수 있어요.

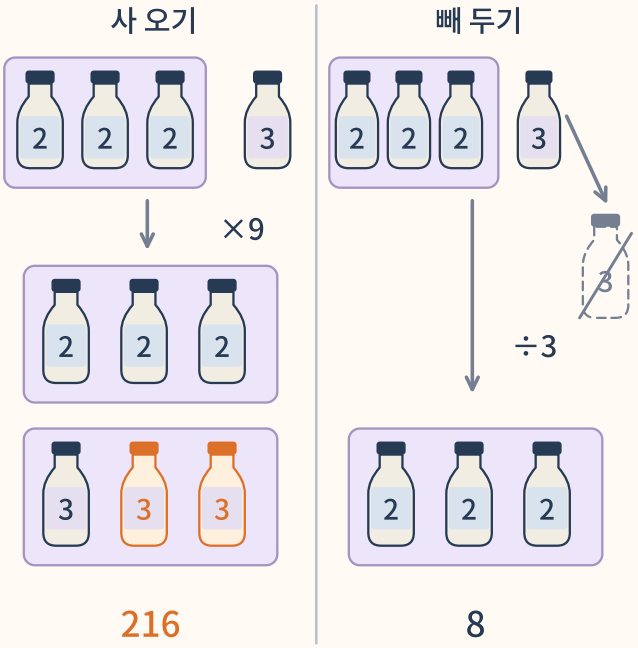
Q4 왜 24를 9로 나누면 안 될까?

$24 = 9 \times 2 + 6$이므로 24는 9로 나누어떨어지지 않아요. 몫이 자연수가 아니므로 자연수의 세제곱이 될 수 없어요.

비유 **모자라면 사 오고, 남으면 빼 둔다**

요구르트를 종류별로 세 개씩 포장한다고 생각해요. 한 종류가 한 개만 있으면 두 개를 사 와 세 개 묶음을 만들 수도 있고, 낱개 한 개를 빼 두어 남는 것이 없게 할 수도 있어요. 소인수를 더 곱해 채우는 것은 사 오기와, 나누어 덜어 내는 것은 빼 두기와 닮았어요.

⚠ 요구르트의 종류는 소인수의 종류에 해당하므로 서로 다른 종류를 한 묶음으로 섞지 않아요.



④ 답과 검산 → 3, 8

$24 \div 3 = 8 = 2^3$이므로 답은 3, 몫은 8이에요. 나누는 수에 반드시 3이 포함되어야 하므로 3이 가장 작아요.

핵심 연결 $24 = 2^3 \times 3$ → 3 한 개가 남음 → 3으로 나누기 → $24 \div 3 = 8 = 2^3$

두 문제를 비교하면

	기본 3	기본 4
$24 = 2^3 \times 3$으로 세제곱수를 만든다		
계산	곱한다	나눈다
소인수 3을	두 개 채운다	한 개 덜어 낸다
답	곱할 수 9	나눌 수 3
검산	$24 \times 9 = 216 = 6^3$	$24 \div 3 = 8 = 2^3$

정리

같은 $24 = 2^3 \times 3$으로 세제곱수를 만들 때, 곱셈에서는 모자라는 3 두 개를 채우고 나눗셈에서는 남는 3 한 개를 덜어 내요. 따라서 곱할 수는 9, 나눌 수는 3으로 달라요.

빈칸 구조도 기본 5·6 — 두 문제는 어디서 갈라질까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 27에 자연수를 곱해 제곱수를 만들고, 곱할 수 중 가장 작은 것을 구한다.

기본 5

27에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 27을 소인수분해하면

$27 = 3^{\square}$

▼

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

_____, _____, _____, …

▼

③ 곱할 수에 붙은 조건

(없다 / 두 자리 자연수)

▼

④ 답

_____

기본 6

27에 어떤 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

① 27을 소인수분해하면

$27 = 3^{\square}$

▼

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

_____, _____, _____, …

▼

③ 곱할 수에 붙은 조건

(없다 / 두 자리 자연수)

▼

④ 답

_____

두 문제를 비교하면 곱할 수에 붙은 조건에 첫째 후보가 맞지 않으면, 첫째 후보에서 (멈춘다 / 멈추지 않는다).

기본 5 다시 보기 작은 순서의 첫째 후보 고르기

함께 나온 조건 곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

문제 27에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$27 = 3^3$이다. 소인수 3이 한 개 모자라므로 3을 곱한다. $27 \times 3 = 81 = 9^2$이므로 답은 3이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 27을 소인수분해하면 → 3

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$이므로 소인수 3은 세 개예요. 두 개씩 묶으면 3 한 개가 남아요.

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터) → 3, 12, 27

3 한 개를 먼저 채운 뒤에는 원래 없던 소인수를 포함하여 어떤 소인수든 두 개씩 더 곱할 수 있어요. 따라서 곱할 수는 $3 \times 1^2 = 3$, $3 \times 2^2 = 12$, $3 \times 3^2 = 27$, …예요.

③ 곱할 수에 붙은 조건 → 없다

곱할 수가 자연수라는 것 외에 자릿수나 범위 제한이 없어요. 제곱수가 되게 하는 후보 중 가장 작은 것을 고르면 돼요.

④ 답 → 3

작은 순서로 나열한 후보 3, 12, 27, … 중 첫째인 3이 답이에요. $27 \times 3 = 81 = 9^2$으로 확인해요.

Q5 조건이 더 없다면 왜 3에서 답을 멈춰도 될까?

3보다 작은 자연수 1, 2를 곱하면 27, 54가 되어 제곱수가 아니에요. 따라서 3이 가장 작아요.

핵심 연결 $27 = 3^3$ → 3 한 개 곱하면 $81 = 9^2$ → 후보 3, 12, 27, … → 제한 없이 가장 작은 3

기본 6 다시 보기 두 자리 조건으로 후보 다시 고르기

함께 나온 조건 곱하여 제곱수 · 곱할 수가 두 자리 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

문제 27에 어떤 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

풀이

$27 = 3^3$이다. 제곱수를 만들려면 3에 제곱수를 곱한 수를 곱할 수 있다. 곱할 수 있는 수를 작은 순서로 쓰면 $3, 12, 27, 48, \cdots$이다. 가장 작은 두 자리 자연수는 12이다.

$27 \times 12 = 324 = 18^2$이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

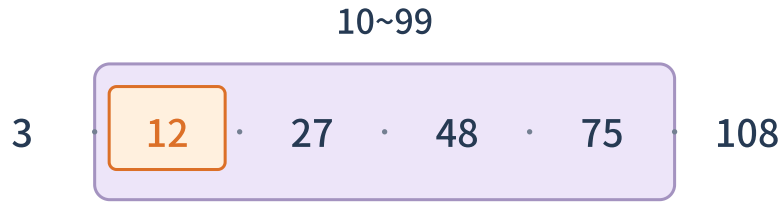
① 27을 소인수분해하면 → 3

$27 = 3^3$이므로 소인수 3이 세 개예요. 제곱수가 되려면 3의 개수를 짝수로 맞춰야 해요.

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터) → 3, 12, 27

3 한 개를 채우고 나머지 소인수를 두 개씩 곱하므로 곱할 수는 3에 제곱수를 곱한 수예요.

$3 \times 1^2 = 3$, $3 \times 2^2 = 12$, $3 \times 3^2 = 27$, …로 작은 순서의 후보를 만들어요.



③ 곱할 수에 붙은 조건 → 두 자리 자연수

곱할 수가 두 자리 자연수이므로 10부터 99까지여야 해요. 곱한 결과가 아니라 곱하는 수의 자릿수를 확인해요.

Q6 왜 3을 찾고도 답을 계속 찾아야 할까?

3을 곱하면 $81 = 9^2$으로 제곱수는 되지만, 문제에서 곱할 수를 두 자리 자연수로 제한했어요. 3은 한 자리 수이므로 답이 아니에요.

④ 답 → 12

후보 3, 12, 27, … 중 3은 한 자리 수여서 제외하고 첫 두 자리 수인 12를 골라요.

$27 \times 12 = 324 = 18^2$으로 검산해요.

핵심 연결 $27 = 3^3$ → 3 한 개 곱하면 $81 = 9^2$ → 후보 3, 12, 27, … → 한 자리 3 제외 → 12, $27 \times 12 = 18^2$

두 문제를 비교하면

	기본 5	기본 6
$27 = 3^3$에 곱할 수 후보: 3, 12, 27, …		
곱할 수에 붙은 조건	없다	두 자리 자연수
첫째 후보 3은	답이다	한 자리라서 뺀다
답	3	12

정리

27에 곱해 제곱수를 만드는 후보는 3, 12, 27, …예요. 자릿수 제한이 없으면 3이 가장 작지만, 두 자리 조건이 붙으면 3을 제외하고 12를 골라요.

빈칸 구조도 기본 7·8 — 두 문제는 어디서 갈라질까

두 문제를 푼 과정을 떠올리며 빈칸을 채우시오. ( ) 안에서는 알맞은 것에 ○표 하시오.

두 문제 모두 108에 자연수를 곱해 제곱수를 만든다.

기본 7

108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 108을 소인수분해하면

$108 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

▼

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

_____, _____, _____, _____, …

▼

③ 답으로 쓸 것

(첫째 하나 / 조건에 맞는 것 모두)

▼

④ 답

_____

기본 8

108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 30 이하일 때, 가능한 수를 모두 구하시오.

① 108을 소인수분해하면

$108 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

▼

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

_____, _____, _____, _____, …

▼

③ 답으로 쓸 것

(첫째 하나 / 조건에 맞는 것 모두)

▼

④ 답

_____

두 문제를 비교하면 '가장 작은'이면 후보 중 (첫째 하나 / 조건에 맞는 것 모두)를, '모두'이면 (첫째 하나 / 조건에 맞는 것 모두)를 쓴다.

기본 7 다시 보기 가장 작은 후보 하나 고르기

함께 나온 조건 곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

문제 108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이

$108 = 2^2 \times 3^3$이다. 소인수 3이 하나 모자라므로 3을 곱한다. $108 \times 3 = 324 = 18^2$이므로 답은 3이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 108을 소인수분해하면 → 2, 3

$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$이에요. 소인수 2는 두 개, 3은 세 개예요.

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터) → 3, 12, 27, 48

소인수 3 한 개를 채운 뒤에는 원래 없던 소인수도 두 개씩 더 곱할 수 있어요. 곱할 수는 $3 \times 1^2 = 3$, $3 \times 2^2 = 12$, $3 \times 3^2 = 27$, $3 \times 4^2 = 48$, …예요.

Q7 왜 3에 제곱수를 더 곱한 수도 조건을 만족할까?

$108 \times 3 = 18^2$이고, 여기에 2^2을 곱하면 $108 \times 3 \times 2^2 = 18^2 \times 2^2 = (18 \times 2)^2 = 36^2$이에요. 두 제곱수의 곱은 두 수의 밑을 곱한 수의 제곱이므로 다시 제곱수가 돼요. 따라서 3에 어떤 제곱수를 곱한 수도 가능하지만 가장 작은 곱할 수는 3이에요.

③ 답으로 쓸 것 → 첫째 하나

문제는 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 하나를 물어요. 후보를 작은 순서로 놓았으므로 첫째 하나를 답으로 써요.

④ 답 → 3

첫째 후보 3을 곱하면 $108 \times 3 = 324 = 18^2$이에요. 따라서 가장 작은 곱할 수는 3이에요.

핵심 연결 $108 = 2^2 \times 3^3$ → 3 한 개 곱하면 $324 = 18^2$ → 후보 3, 12, 27, 48, … → 가장 작은 3

기본 8 다시 보기 범위 안의 후보를 빠짐없이 고르기

함께 나온 조건 곱하여 제곱수 · 곱할 수가 30 이하 · 모두 ⇒ **떠올린 개념** 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 범위 안의 후보 전부

문제 108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 30 이하일 때, 가능한 수를 모두 구하시오.

풀이

$108 = 2^2 \times 3^3$이다. 소인수 3을 하나 더 채우고, 나머지는 소인수를 두 개씩 늘리면 된다. 곱할 수 있는 수는 $3 \times 1^2 = 3$, $3 \times 2^2 = 12$, $3 \times 3^2 = 27$, $3 \times 4^2 = 48$, …이다. 30 이하인 것은 3, 12, 27이다.

칸별로 다시 보기 빈칸 구조도의 같은 번호 칸을 찾아 읽어요

① 108을 소인수분해하면 → 2, 3

$108 = 2^2 \times 3^3$이므로 소인수 2는 두 개, 3은 세 개예요. 2는 두 개씩 묶이고 3은 한 개가 남아요.

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터) → 3, 12, 27, 48

3 한 개를 채운 뒤 소인수를 두 개씩 더 곱하면 제곱수를 유지해요. 따라서 곱할 수는 $3 \times 1^2 = 3$, $3 \times 2^2 = 12$, $3 \times 3^2 = 27$, $3 \times 4^2 = 48$, …예요.

30 이하



48

③ 답으로 쓸 것 → 조건에 맞는 것 모두

곱할 수가 30 이하라는 조건에 맞는 것을 모두 써야 해요. 가장 작은 하나만 쓰면 다른 가능한 답을 빠뜨리게 돼요.

④ 답 → 3, 12, 27

후보 3, 12, 27은 모두 30 이하이고, 다음 후보 48부터는 30보다 커요. 따라서 답은 3, 12, 27이며 그 뒤의 후보는 더 크므로 범위 안에 다른 답은 없어요.

Q8 답이 세 개라면 각 수를 모두 검산해야 할까?

$108 \times 3 = 324 = 18^2$, $108 \times 12 = 1296 = 36^2$, $108 \times 27 = 2916 = 54^2$으로 모두 제곱수가 되는지 확인해야 해요.

핵심 연결 $108 = 2^2 \times 3^3$ → 3 한 개 곱하면 $324 = 18^2$ → 후보 3, 12, 27, 48, … → $27 \le 30 < 48$ → 3, 12, 27

두 문제를 비교하면

	기본 7	기본 8
$108 = 2^2 \times 3^3$에 곱할 수 후보: 3, 12, 27, 48, …		
묻는 것	가장 작은 하나	30 이하 모두
답으로 쓸 것	첫째 하나	조건에 맞는 것 모두
답	3	3, 12, 27

정리

108에 곱해 제곱수를 만드는 후보는 3, 12, 27, 48, …예요. 가장 작은 수는 첫째 하나인 3이고, 30 이하인 수를 모두 구하면 3, 12, 27을 써요.

3 조건 개념 지도

도구 1 묶는 개수와 지수

무엇을 확인할까? 만들려는 수가 제곱수인가요, 세제곱수인가요?

제곱수 — 지수가 모두 짝수	세제곱수 — 지수가 모두 3의 배수
$144 = 2^4 \times 3^2$	$216 = 2^3 \times 3^3$

1보다 큰 자연수를 소인수분해했을 때, 지수가 모두 짝수이면 제곱수이고 지수가 모두 3의 배수이면 세제곱수예요. 같은 소인수를 두 개씩 남김없이 묶을 수 있다는 말은 지수가 짝수라는 말이고, 세 개씩 남김없이 묶을 수 있다는 말은 지수가 3의 배수라는 말이에요.

주의 한 소인수의 지수만 보지 말고 모든 지수를 확인해요. 1은 소인수분해하지 않지만 $1 = 1^2 = 1^3$이므로 제곱수이면서 세제곱수예요.

도구 2 채울까, 덜어 낼까

무엇을 확인할까? 자연수를 곱하나요, 자연수로 나누나요?

$24 = 2^3 \times 3$	
곱할 때 — 채운다	**나눌 때 — 덜어 낸다**
$24 \times 9 = 216 = 6^3$	$24 \div 3 = 8 = 2^3$

곱할 때는 소인수를 채워 지수를 맞추고, 나눌 때는 소인수를 덜어 내어 지수를 맞춰요.

주의 몫이 자연수가 되려면 나누는 수는 원래 수의 약수여야 해요.

도구 3 후보 중 어디까지 답으로 쓸까

무엇을 확인할까? 가장 작은 것 하나를 구하나요, 범위 안의 것을 모두 구하나요? 곱할 수에 자릿수 조건도 있나요?

제곱수를 만드는 후보	세제곱수를 만드는 후보
$3 \times 1^2,\ 3 \times 2^2,\ 3 \times 3^2,\ 3 \times 4^2$ $= 3,\ 12,\ 27,\ 48$	$3 \times 1^3,\ 3 \times 2^3,\ 3 \times 3^3,\ 3 \times 4^3$ $= 3,\ 24,\ 81,\ 192$

곱해 제곱수를 만드는 후보는 가장 작은 곱할 수에 제곱수를 곱해서, 세제곱수를 만드는 후보는 가장 작은 곱할 수에 세제곱수를 곱해서 만들어요. 가장 작은 하나는 조건에 맞는 첫째 후보를, 모두를 물으면 범위 안의 후보를 빠짐없이 골라요.

주의 두 자리 조건에 맞지 않는 첫째 후보에서 멈추지 않아요. 가장 큰 두 자리 수를 구할 때도 첫 두 자리 후보 뒤에 더 큰 두 자리 후보가 있는지 확인해요.

조건 개념 지도

소인수분해한 뒤
무엇을 묻는가? 함께 나온 조건은 무엇인가?

1

$2^4 \times 3^2 = 12^2$
$2^3 \times 3^3 = 6^3$

함께 나온 조건 제곱수 / 세제곱수가 되게 한다

→ 지수가 모두 짝수 / 지수가 모두 3의 배수

1보다 큰 자연수를 소인수분해했을 때 지수가 모두 짝수이면 제곱수, 모두 3의 배수이면 세제곱수이다

기본 1 기본 2 기본 3 기본 4 기본 5 기본 6 기본 7 기본 8

2

$24 \times 9 = 6^3$
$24 \div 3 = 2^3$

함께 나온 조건 곱한다 / 나눈다

→ 모자라는 소인수 채우기 / 남는 소인수 덜어내기

가장 작은 수는 곱할 때 모자라는 소인수만 곱하고, 나눌 때 남는 소인수만 나눈다. 나누는 수는 원래 수의 약수이고, 몫이 1이어도 $1 = 1^2 = 1^3$이다

기본 1 기본 2 기본 3 기본 4 기본 5 기본 6 기본 7 기본 8

3

3×1^2
3×2^2
3×3^2
…

함께 나온 조건 곱할 수의 개수·범위를 묻는다(가장 작은 하나, 두 자리, 30 이하 모두)

→ 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보 / 범위 안의 후보 전부

후보는 가장 작은 곱할 수에 제곱수(세제곱수를 만들 때는 세제곱수)를 곱한 수이다. 가장 작은 수를 물으면 조건에 맞는 첫째 후보에서 멈추고, 모두나 가장 큰 수를 물으면 범위를 넘는 후보가 나올 때까지 본다

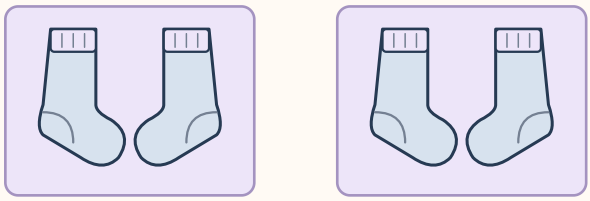
기본 5 기본 6 기본 7 기본 8

비유 **양말 켤레와 세 개 묶음**

제곱수를 만드는 것은 양말을 종류별로 두 짝씩 켤레로 맞추어 남는 양말이 없게 하는 것과 같아요. 세제곱수를 만드는 것은 요구르트를 종류별로 세 개씩 한 묶음으로 포장하여 남는 것이 없게 하는 것과 같아요.

⚠ 양말은 종류(소인수)마다 따로 짝을 맞춰요. 소인수 2와 3을 섞어 짝 짓지 않아요.

2짝씩



3개씩



답이 안 나오면

- 먼저 소인수분해가 맞는지 다시 계산해요.
- 제곱수라면 각 소인수를 두 개씩, 세제곱수라면 세 개씩 묶어 보아요.
- 문제에서 **곱한다**고 했는지 **나눈다**고 했는지 다시 읽어요.
- 답을 하나 쓰는지, 가능한 답을 모두 쓰는지와 자릿수·범위 제한을 확인해요.

4 확인 문제

확인 1 48에 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 할 때 곱하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 2 54에 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 할 때 곱하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 3 54를 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 할 때 나누는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 4 75에 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 5 162에 어떤 자연수를 곱해 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱하는 수가 30 이하일 때 가능한 자연수를 모두 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 6 72에 두 자리 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 7 250을 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나누는 가장 작은 자연수를 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

확인 8 20에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 25 이하일 때 가능한 자연수를 모두 구하시오.

풀이를 쓰는 칸

5 마무리 복습

문제 ↔ 개념 한눈에 보기

문제	함께 나온 조건	지수가 모두 짝수	지수가 모두 3의 배수	모자라는 소인수 채우기	남는 소인수 덜어 내기	곱할 수 후보 나열	조건에 맞는 첫째 후보	범위 안의 후보 전부
기본 1	곱하여 제곱수	1		2				
기본 2	곱하여 세제곱수		1	2				
기본 3	곱하여 세제곱수		1	2				
기본 4	나누어 세제곱수		1		2			
기본 5	곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나	1		2		3	4	
기본 6	곱하여 제곱수 · 두 자리	1		2		3	4	
기본 7	곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나	1		2		3	4	
기본 8	곱하여 제곱수 · 30 이하 모두	1		2		3		4
확인 1	곱하여 제곱수	1		2				
확인 2	곱하여 세제곱수		1	2				
확인 3	나누어 세제곱수		1		2			
확인 4	곱하여 제곱수 · 두 자리	1		2		3	4	
확인 5	곱하여 제곱수 · 30 이하 모두	1		2		3		4
확인 6	곱하여 세제곱수 · 두 자리		1	2		3	4	
확인 7	나누어 세제곱수		1		2			
확인 8	곱하여 제곱수 · 25 이하 모두	1		2		3		4

원 안의 숫자는 그 문제에서 개념을 쓴 순서다.

모든 문항에서 먼저 소인수분해를 해요.

조건 채우기 10문항

보기 | 두 개 | 세 개 | 짝수 | 3의 배수 | 채운다 | 덜어 낸다 | 약수 | 배수 | 첫째 하나 | 조건에 맞는 것 모두 | 멈춘다 | 멈추지 않는다 | 제곱수 | 세제곱수 | 넣는다 | 넣지 않는다

다음 빈칸에 [보기]의 낱말을 알맞게 쓰시오. 같은 낱말을 여러 번 써도 된다.

1. 제곱수는 같은 소인수를 _____ 씩, 세제곱수는 _____ 씩 남김없이 묶을 수 있다.

2. $2^4 \times 3^6$은 지수가 모두 _____ 이므로 제곱수이다. $2^3 \times 3^6$은 지수가 모두 _____ 이므로 세제곱수이다.

3. 세 개씩 묶이지 않는 소인수의 개수를 바꾸려고 한다. 곱셈으로 세제곱수를 만들 때는 그 소인수를 _____. 나눗셈으로 세제곱수인 몫을 만들 때는 그 소인수를 _____.

4. 어떤 수를 자연수로 나누어 몫이 자연수가 되려면, 나누는 수는 원래 수의 _____ 여야 한다.

5. 100을 어떤 자연수로 나누어 몫이 제곱수가 되게 하는 수를 모두 구한다. $100 \div 100 = 1$이고 $1 = 1^2$이므로, 100으로 나누는 경우는 답에 _____.

6. 가능한 곱할 수를 작은 순서로 나열했다. 가장 작은 수만 묻고 다른 조건은 없으면 _____ 를 답으로 고른다.

7. 곱할 수 있는 수의 범위가 정해져 있고 가능한 수를 전부 구하라고 했다. 후보 중 _____ 를 답으로 적는다.

8. 곱할 수가 두 자리여야 하는데, 제곱수를 만드는 첫째 후보는 한 자리이다. 이 후보에서 찾기를 _____.

9. 곱한 결과를 같은 자연수를 두 번 곱한 꼴로 나타내려고 한다. 다른 가능한 곱할 수는 가장 작은 곱할 수에 1보다 큰 _____ 를 곱해서 만든다.

10. 곱한 결과를 같은 자연수를 세 번 곱한 꼴로 나타내려고 한다. 다른 가능한 곱할 수는 가장 작은 곱할 수에 1보다 큰 _____ 를 곱해서 만든다.

정리 문항 1

(가)
180에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

(나)
180을 어떤 자연수로 나누어 몫이 제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 자연수를 모두 구하시오.

(1) 각 문제에서 구한 자연수를 빠짐없이 쓰고, 각 답의 검산식을 쓰시오.

(2) 두 문제에서 계산하는 방법과 답으로 써야 하는 수의 개수가 어떻게 달라지는지 설명하시오.

	(가)	(나)
구한 자연수 (빠짐없이)		
검산식		
계산 방법		
답으로 쓴 수의 개수		

두 문제를 비교하면

6 정답과 해설

빠른 정답

기본	정답	확인	정답
1	2	**1**	3
2	3	**2**	4
3	9	**3**	2
4	3	**4**	12
5	3	**5**	2, 8, 18
6	12	**6**	24
7	3	**7**	2
8	3, 12, 27	**8**	5, 20

빈칸 구조도 정답

빈칸 구조도 정답 기본 1·2

기본 1 곱하여 제곱수 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수 → 모자라는 소인수 채우기

기본 2 곱하여 세제곱수 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 3의 배수 → 모자라는 소인수 채우기

두 문제 모두 72에 어떤 자연수를 곱하고, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구한다.

기본 1

72에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 72를 소인수분해하면

$72 = 2^{3} \times 3^{2}$

② 같은 소인수를 묶는 개수

(**두 개씩** / 세 개씩)

③ 모자라는 소인수와 개수

소인수 (**2** / 3), **1** 개

④ 답과 검산

곱할 수 **2** ,

72 × (곱할 수) = **144**

기본 2

72에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 72를 소인수분해하면

$72 = 2^{3} \times 3^{2}$

② 같은 소인수를 묶는 개수

(두 개씩 / **세 개씩**)

③ 모자라는 소인수와 개수

소인수 (2 / **3**), **1** 개

④ 답과 검산

곱할 수 **3** ,

72 × (곱할 수) = **216**

두 문제를 비교하면 같은 72라도 제곱수는 (**두 개씩** / 세 개씩), 세제곱수는 (두 개씩 / **세 개씩**) 묶이게 채우므로 곱할 수가 달라진다.

빈칸 구조도 정답 기본 3·4

기본 3 곱하여 세제곱수 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 3의 배수 → 모자라는 소인수 채우기

기본 4 나누어 세제곱수 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 3의 배수 → 남는 소인수 덜어 내기

두 문제 모두 24로 세제곱수를 만들고, 가장 작은 자연수를 구한다.

기본 3

24에 어떤 자연수를 곱하여 세제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 24를 소인수분해하면

$24 = 2^{\boxed{3}} \times 3^{\boxed{1}}$

② 세 개씩 묶이지 않는 소인수

소인수 (2 / **3**)

③ 그 소인수를 어떻게 할까

2 개 (**채운다** / 덜어 낸다)

④ 답과 검산

곱할 수 **9** ,

24 × (곱할 수) = **216**

기본 4

24를 어떤 자연수로 나누어 몫이 세제곱수가 되게 하려고 한다. 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 24를 소인수분해하면

$24 = 2^{\boxed{3}} \times 3^{\boxed{1}}$

② 세 개씩 묶이지 않는 소인수

소인수 (2 / **3**)

③ 그 소인수를 어떻게 할까

1 개 (채운다 / **덜어 낸다**)

④ 답과 검산

나눌 수 **3** ,

24 ÷ (나눌 수) = **8**

두 문제를 비교하면 곱하여 만들 때는 세 개씩 묶이지 않는 소인수를 (**채우고** / 덜어 내고), 나누어 만들 때는 그 소인수를 (채운다 / **덜어 낸다**).

빈칸 구조도 정답 기본 5·6

기본 5 곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

기본 6 곱하여 제곱수 · 곱할 수가 두 자리 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

두 문제 모두 27에 자연수를 곱해 제곱수를 만들고, 곱할 수 중 가장 작은 것을 구한다.

기본 5

27에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

① 27을 소인수분해하면

$27 = 3^{3}$

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

3 , 12 , 27 , …

③ 곱할 수에 붙은 조건

(**없다** / 두 자리 자연수)

④ 답

3

기본 6

27에 어떤 두 자리 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

① 27을 소인수분해하면

$27 = 3^{3}$

② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)

3 , 12 , 27 , …

③ 곱할 수에 붙은 조건

(없다 / **두 자리 자연수**)

④ 답

12

두 문제를 비교하면 곱할 수에 붙은 조건에 첫째 후보가 맞지 않으면, 첫째 후보에서 (멈춘다 / **멈추지 않는다**).

기본 7 곱하여 제곱수 · 가장 작은 하나 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 조건에 맞는 첫째 후보

기본 8 곱하여 제곱수 · 곱할 수가 30 이하 · 모두 ⇒ 떠올린 개념 지수가 모두 짝수
→ 모자라는 소인수 채우기 → 곱할 수 후보 나열 → 범위 안의 후보 전부

두 문제 모두 108에 자연수를 곱해 제곱수를 만든다.

기본 7	기본 8
108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.	108에 어떤 자연수를 곱하여 제곱수가 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 자연수가 30 이하일 때, 가능한 수를 모두 구하시오.
① 108을 소인수분해하면	
$108 = 2^{2} \times 3^{3}$	$108 = 2^{2} \times 3^{3}$
▼	▼
② 곱할 수가 될 수 있는 수(작은 것부터)	
3 , 12 , 27 , 48 , …	3 , 12 , 27 , 48 , …
▼	▼
③ 답으로 쓸 것	
(**첫째 하나** / 조건에 맞는 것 모두)	(첫째 하나 / **조건에 맞는 것 모두**)
▼	▼
④ 답	
3	3, 12, 27

두 문제를 비교하면 '가장 작은'이면 후보 중 (**첫째 하나** / 조건에 맞는 것 모두)를,
'모두'이면 (첫째 하나 / **조건에 맞는 것 모두**)를 쓴다.

생각 질문 답 예시와 인정 기준

생각 질문 1

(1) 답 예시: 2, 3. $72 \times 2 = 144 = 12^2$, $72 \times 3 = 216 = 6^3$이다.

(2) 답 예시: $72 \times 3 = 216$은 세제곱수이지만 제곱수는 아니고, $72 \times 2 = 144$는 제곱수이지만 세제곱수는 아니다.

인정 기준: 두 결과와 제곱·세제곱 성립 여부를 실제 수치로 확인하면 인정.

생각 질문 2

(1) 답 예시: $24 = 2^3 \times 3$이다. 기본 3은 3을 두 개 더 곱해 3의 개수를 한 개에서 세 개로 바꾸므로 곱할 수는 9이다. 기본 4는 3으로 나누어 3 한 개를 덜어 내므로 나눌 수는 3이다.

(2) 답 예시: $24 \times 3 = 72$는 세제곱수가 아니다. $24 = 9 \times 2 + 6$이므로 24를 9로 나누면 나누어떨어지지 않아 몫이 자연수의 세제곱이 될 수 없다.

인정 기준: (1) 소인수분해와 3의 개수 변화, 답 9·3을 쓰고, (2) 답을 바꾸었을 때 72는 세제곱수가 아니며 24는 9로 나누어떨어지지 않음을 확인하면 인정.

생각 질문 3

(1) 답 예시: 가능한 곱할 수를 작은 순서로 세 개 쓰면 3, 12, 27이다. 기본 5는 3, 기본 6은 두 자리 조건에 맞는 12를 답으로 고른다.

(2) 답 예시: 27에 곱하는 수가 자연수이면 3이 답이지만, 두 자리 자연수만 허용하면 3을 제외하고 12를 골라야 한다.

인정 기준: (1) 후보 3·12·27과 각 답 3·12를 쓰고, (2) 두 자리 조건으로 3을 제외하는 까닭을 설명하면 인정.

생각 질문 4

(1) 답 예시: 기본 7은 한 개(3), 기본 8은 세 개(3, 12, 27)이다.

(2) 답 예시: $108 \times 3 = 18^2$, $108 \times 12 = 36^2$, $108 \times 27 = 54^2$이며, 기본 8은 30 이하인 수를 모두 구해야 한다.

인정 기준: 답의 개수와 검산, 30 이하의 범위 확인을 포함하면 인정.

확인 문제 해설

확인 1 — 3

$48 = 2^4 \times 3$이므로 3을 곱해 $144 = 12^2$으로 만든다.

확인 2 — 4

$54 = 2 \times 3^3$이므로 소인수 2 두 개를 더 곱한다. $54 \times 4 = 216 = 6^3$.

확인 3 — 2

$54 = 2 \times 3^3$에서 2를 덜어 내면 $27 = 3^3$이다.

확인 4 — 12

$75 = 3 \times 5^2$이므로 소인수 3 한 개를 채운 뒤 제곱수를 곱하면 된다. 곱하는 수는 3에 제곱수를 곱한 수이므로 후보는 $3, 12, 27, \cdots$이다. 두 자리 중 최소는 12이고 $75 \times 12 = 900 = 30^2$이다.

확인 5 — 2, 8, 18

$162 = 2 \times 3^4$이므로 소인수 2 한 개를 채운 뒤 제곱수를 곱하면 된다. 곱하는 수는 2에 제곱수를 곱한 수이므로 $2, 8, 18, 32, \cdots$가 가능하다. 30 이하만 고르면 2, 8, 18이다.

확인 6 — 24

$72 = 2^3 \times 3^2$이므로 소인수 3 한 개를 채운 뒤 세제곱수를 곱하면 된다. 곱하는 수는 3에 세제곱수를 곱한 수이므로 후보는 $3, 24, 81, \cdots$이다. 가장 작은 두 자리 수는 24, $72 \times 24 = 1728 = 12^3$이다.

확인 7 — 2

$250 = 2 \times 5^3$이다. 2로 나누면 $125 = 5^3$이다.

확인 8 — 5, 20

$20 = 2^2 \times 5$이므로 소인수 5 한 개를 채운 뒤 제곱수를 곱하면 된다. 곱하는 수는 5에 제곱수를 곱한 수이므로 후보는 $5, 20, 45, \cdots$이다. 25 이하의 수는 5, 20이다.

조건 채우기 정답

1. 두 개, 세 개
2. 짝수, 3의 배수
3. 채운다, 덜어 낸다
4. 약수
5. 넣는다
6. 첫째 하나
7. 조건에 맞는 것 모두
8. 멈추지 않는다
9. 제곱수
10. 세제곱수

정리 문항 답 예시

(1) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$이다. (가)는 소인수 5 한 개를 더 곱하면 되므로 답은 5이고, $180 \times 5 = 900 = 30^2$이다. (나)는 소인수 5를 덜어 내고, 2와 3은 각각 두 개를 그대로 남기거나 두 개 모두 덜어 내야 한다. 가능한 나눌 수는 5, $2^2 \times 5 = 20$, $3^2 \times 5 = 45$, $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$이다. $180 \div 5 = 36 = 6^2$, $180 \div 20 = 9 = 3^2$, $180 \div 45 = 4 = 2^2$, $180 \div 180 = 1 = 1^2$으로 확인한다.

(2) (가)는 곱하여 제곱수를 만드는 가장 작은 수 하나를 구하므로 모자라는 소인수 5만 채운다. (나)는 나누어 몫이 제곱수가 되는 수를 모두 구하므로 남길 소인수의 개수를 살피며 가능한 나눌 수 네 개를 빠짐없이 찾는다.

인정 기준: (1) (가)의 5와 (나)의 5, 20, 45, 180 및 각 검산식을 모두 쓰고, (2) 곱하기와 나누기, 가장 작은 하나와 가능한 수 모두의 차이를 설명하면 인정한다.